УДК 303.732.4 : 519.2 : 510.8

08.00.13 Математические и инструментальные методы экономики (экономические науки)

СИСТЕМНАЯ НЕЧЕТКАЯ ИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА - ОСНОВА МАТЕМАТИКИ XXI ВЕКА

Орлов Александр Иванович
д.э.н., д.т.н., к.ф.-м.н., профессор
РИНЦ SPIN-код: 4342-4994
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5, prof-orlov@mail.ru

Определения математики как науки менялись со временем. В XIX в. ее определяли как науку о числах и фигурах (телах). В XXI в. математика - наука о формальных структурах. Следовательно, ее нельзя относить к естественным наукам. Математика изучает мысленные конструкции. В практике математических исследований аксиоматические теории - это, как правило, недостижимый идеал. Есть два направления деятельности математиков. Исследования в первом из них нацелены на построение и изучение моделей реальности, на получение научных результатов, которые - прямо или опосредованно - позволяют решать практические задачи. Представители второго направления занимаются решением конкретных трудных задач. Примеры - "великая теорема Ферма", задача пяти красок и т.п. Именно они готовят новых математиков, руководят профессиональными объединениями. В результате первое направление оказывается ущемленным. С точки зрения представителей первого направления наиболее важные области математики - это математический анализ, алгебра (линейная, высшая и др.) и геометрия (многомерная, начертательная, топология и др.). Для решения прикладных задач в XX в. наиболее важными оказались теория вероятностей и математическая статистика, теория оптимизации, дифференциальные и разностные уравнения. Начиная со второй половины XX в. появились новые области математики - статистика нечисловых данных, теория нечетких множеств, автоматизированный системно-когнитивный анализ, интервальная математика. Объединяющую их системную нечеткую интервальную математику рассматриваем как основу математики XXI века. Основная часть областей математики, разработанных представителями второго направления, в применении к решению прикладных задач оказалась, увы, бесплодной. Необходимо различать математические, прагматические и компьютерные числа. Разработан ряд подходов к моделированию связей математических и прагматических чисел - на

UDC 303.732.4 : 519.2 : 510.8

08.00.13 Mathematical and instrumental methods of Economics

SYSTEM FUZZY INTERVAL MATHEMATICS - THE BASIS OF MATHEMATICS OF THE XXI CENTURY

Orlov Alexander Ivanovich
Dr.Sci.Econ., Dr.Sci.Tech., Cand.Phys-Math.Sci., professor
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

The definitions of mathematics as a science have changed over time. In the XIX century. it was defined as the science of numbers and figures (bodies). In the XXI century. mathematics is the science of formal structures. Therefore, it cannot be attributed to natural sciences. Mathematics studies mental constructs. In the practice of mathematical research, axiomatic theories are, as a rule, an unattainable ideal. There are two areas of activity for mathematicians. Research in the first of them is aimed at constructing and studying models of reality, at obtaining scientific results that - directly or indirectly - allow solving practical problems. Representatives of the second direction are engaged in solving specific difficult problems. Examples are Fermat's Last Theorem, the five-color problem, etc. They are the ones who train new mathematicians and run professional associations. As a result, the first direction is restricted. From the point of view of representatives of the first direction, the most important areas of mathematics are mathematical analysis, algebra (linear, higher, etc.) and geometry (multidimensional, descriptive, topology, etc.). To solve applied problems in the twentieth century. the most important were probability theory and mathematical statistics, optimization theory, differential and difference equations. Since the second half of the twentieth century. new areas of mathematics appeared - statistics of non-numerical data, theory of fuzzy sets, automated system-cognitive analysis, interval mathematics. We consider the system fuzzy interval mathematics that unites them as the basis of mathematics of the 21st century. The main part of the areas of mathematics developed by representatives of the second direction, as applied to the solution of applied problems, turned out, alas, to be fruitless. It is necessary to distinguish between mathematical, pragmatic and computer numbers. A number of approaches to modeling the relationship of mathematical and pragmatic numbers have been developed - based on grouping, interval analysis, fuzzy sets, automated system-cognitive analysis. At the end of the article, we give a brief description of основе группировки, интервального анализа, нечетких множеств, автоматизированного системно-когнитивного анализа. В конце статьи кратко рассказано о многообразии литературных источников

the variety of literary sources

МАТЕМАТИКА, ЧИСЛА, СИСТЕМА, НЕЧЕТКОСТЬ, ИНТЕРВАЛЬНОСТЬ, НАПРАВЛЕНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, СИСТЕМНАЯ НЕЧЕТКАЯ ИНТЕРВАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Keywords: MATHEMATICS, NUMBERS, SYSTEM, FUZZY, INTERVALITY, DIRECTIONS OF ACTIVITY, APPLIED RESEARCH, SYSTEM FUZZY INTERVAL MATHEMATICS

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-165-011

1. Введение

Уже более полувека известно [1], что вклад исследователя в фундаментальную науку измеряется числом цитирований его работ в научных публикациях. Согласно Российскому индексу научного цитирования (РИНЦ) автор настоящей статьи - второй по цитированию среди ныне живущих отечественных математиков (и десятый по цитированию среди экономистов). Признание коллег накладывает ответственность и обосновывает желание высказаться по поводу состояния и перспектив математических исследований. Исходная точка для рассуждений - работы по математических и инструментальным методам экономики (научная специальность 08.00.13). Начнем с краткой формулировки основных результатов.

Определения математики как науки менялись со временем. В XIX в. определяли математику как науку о числах и фигурах (телах). В XXI в. математика — это наука о структурах, порядке и отношениях, или короче: "математика - наука о формальных структурах". Следовательно, ее нельзя относить к естественным наукам.

Математика изучает мысленные конструкции. Идеал - построение и развитие аксиоматических теорий (в смысле Д. Гильберта). В практике математических рассуждений аксиоматические теории - это, как правило, недостижимый идеал. Практически никто из математиков не формулирует в своих работах аксиомы и правила вывода.

Со стороны видны два направления деятельности математиков. Исследования представителей первого из них нацелены на построение и изучение моделей реального мира, на получение научных результатов, которые - прямо или опосредованно - позволяют решать практические задачи. Представители второго направления занимаются решением конкретных внутриматематических задач, как правило, трудных. Примерами таких уже решенных задач являются "великая теорема Ферма", задача пяти красок и т.п. Именно представители второго направления готовят новых математиков, руководят профессиональными объединениями. В результате такого разделения обязанностей первое направление оказывается ущемленным.

С точки зрения представителей первого направления наиболее важные области математики - это математический анализ, идущий от Ньютона и Лейбница, алгебра (линейная, высшая и др.) и геометрия (многомерная, начертательная, дифференциальная, топология и др.). Для решения прикладных задач в ХХ в. наиболее важными оказались теория вероятностей и математическая статистика, теория оптимизации, дифференциальные и разностные уравнения. Начиная со второй половины ХХ в. появились новые области математики - статистика нечисловых данных, теория нечетких множеств, автоматизированный системно-когнитивный анализ, интервальная математика. Объединяющую их системную нечеткую интервальную математику рассматриваем как основу математики XXI века. Основная часть областей математики, разработанных представителями второго направления, в применении к решению прикладных задач оказалась, увы, бесплодной.

Необходимо различать математические, прагматические и компьютерные числа. Разработан ряд подходов к моделированию связей математических и прагматических чисел - на основе теории группировки, интервального анализа, нечетких множеств, автоматизированного системно-когнитивного анализа.

По нашей оценке, столбовая дорога" будущей математики - это системная нечеткая интервальная математика.

В конце статьи кратко рассказано о многообразии литературных источников.

2. Определения математики

В XIX в. определяли математику как науку о числах и фигурах (телах). Например, Ф. Энгельс писал:

«Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное» [2].

По традиции это определение довольно часто используется и в настоящее время. На нем основано преподавание в средней школе.

К настоящему времени определение математики изменилось. Пишут примерно так: "Математика — наука о структурах, порядке и отношениях". При этом обращают внимание на преемственность: "Математика исторически сложилась на основе операций подсчёта, измерения и описания формы объектов", т.е. на основе рассмотрения чисел и фигур.

Весьма важным является происхождение математических объектов. Они "создаются путём идеализации свойств реальных объектов и процессов или других математических объектов и записи этих свойств на формальном языке".

Можно сказать короче: "Математика - наука о формальных структурах", поскольку "порядок" и "отношения" - это также структуры, но более специального вида. Структуры, которые изучают математики, получены при моделировании (упрощении, идеализации) реальных объектов, процессов, структур, либо же построены на основе других математических структур. Но затем их начинают изучать математическими средствами совершенно независимо от реальности. В результате можно получить новое знание о реальности. А можно - уйти от реальности внутрь формальной структуры.

Поскольку математика - наука о формальных структурах, то ее нельзя относить к естественным наукам, как иногда делают. В известном термине "физико-математические науки" первая составляющая - "физика", т.е. наука о реальном мире. А вторая - "математика" - относится мысленным объектам - формальным структурам. Кандидат или доктор физико-математических наук может всю жизнь заниматься моделированием социально-экономических систем и знать о физике только то немногое, что осталось в голове от предмета "физика" в средней школе. Физика - лишь одна из областей применения математики. От термина "физико-математические науки" необходимо отказаться. Иначе надо вводить, например, медико-математические науки или экономико-математические науки. Последние, впрочем, существуют внутри экономических наук как "экономико-математические методы и модели", или "математические и инструментальные методы экономики" (научная специальность 08.00.13).

3. Аксиоматические теории

Математика изучает мысленные конструкции. Идеал - построение и развитие аксиоматических теорий (в смысле Д. Гильберта). Для построения математической теории вводится список изучаемых объектов (например, точка, прямая, ...), формулируются некоторые утверждения, принимаемые без доказательства (аксиомы), а все остальные утверждения выводятся из них чисто логическим путем по фиксированным правилам. При таком подходе из математической теории изгоняются интуиция, наглядные представления из реального мира (геометрические, физические и т.п.), индуктивные рассуждения и т.д. Таким образом, аксиоматический метод позволяет выяснить, что именно вытекает из аксиом, очищает рассуждения от осознанных или неосознанных следствий из свойств реального мира.

В практике математических рассуждений аксиоматические теории - это, как правило, недостижимый идеал, к которому, по общему мнению, надо стремиться. Строгость доказательств теорем проверяется практикой математических рассуждений в конкретный момент времени и в конкретном месте (местах). По мере выявления противоречий вносятся изменения в математические традиции. Однако при проведении конкретных доказательств специалисту обычно однозначно ясно, какие рассуждения являются строгими, а какие нет.

В реальной работе математика крайне редко реализуется идеал построения аксиоматической теории. Обычно рассуждения проводятся на общепринятом в конкретное время и конкретной области исследования уровне строгости. И между специалистами, как правило, не возникает споров по поводу того, доказано то или иное утверждение или нет. Предполагается, что можно довести рассуждение до уровня аксиоматической теории. Но никто это не делает.

4. Два направления в математике

Что основное в деятельности математиков? Они ведут научные исследования, в результате которых доказывают новые теоремы. Конечно, они занимаются и другими видами деятельности - общаются с другими математиками и представителями внематематического мира (инженерами, экономистами, управленцами и др.), преподают, занимаются административной работой, пишут статьи и книги и т.п. Но основное в их деятельности - доказательство новых теорем. Именно этим они отличаются от представителей других видов деятельности.

Видны два направления деятельности математиков. Исследования представителей первого из них нацелены на построение и изучение моделей реального мира, на получение научных результатов, которые - прямо или опосредованно - позволяют решать практические задачи. Традиционная схема исследования такова. Для той или иной области реального мира формируется математическая модель. Затем происходит мысленный отрыв от реального мира, переход внутрь математической структуры. Математическими средствами проводится исследования. На третьем этапе полученные математические результаты "спускаются" в реальный мир, интерпретируются в терминах соответствующей прикладной области.

Представители второго направления не думают о проблемах реального мира. Они занимаются решением конкретных трудных задач. Примерами являются "великая теорема Ферма", задача пяти красок и т.п. В XXI в. известна гипотеза Пуанкаре, которую доказал Г. Перельман.

Обычно, но не всегда, не видно пользы от работ представителей второго направления для внематематических областей. После решения очередной трудной задачи про неё забывают, переходят к решению следующих.

Между двумя направлениями есть промежуточная область. При изучении моделей реального мира возникают новые математические задачи. Те, кто ими занимается, могут работать внутри математики, не обращаясь к рассмотрению проблем внешнего мира, и в этом смысле действовать аналогично представителям второго направления.

Представители первого направления часто работают вместе с учеными других областей науки и техники, обычно в различных прикладных научных структурах. Представителям второго направления целесообразно отгородиться от внешнего мира. Они сосредотачиваются в математических институтах и на профильных факультетах. К сожалению, именно они готовят новых математиков, руководят профессиональными объединениями. В результате первое направление оказывается ущемленным по сравнению со вторым, как в новых кадрах, так и в признании научных результатов представителей первого направления в профессиональных объединениях математиков, например, в отделении математики РАН.

5. Области математики

С точки зрения представителей первого направления наиболее важные области математики - это математический анализ, идущий от Ньютона и Лейбница, алгебра (линейная, высшая и др.) и геометрия (многомерная, начертательная, дифференциальная, топология и др.). Для решения прикладных задач в XX в. наиболее важными оказались теория вероятностей и математическая статистика, теория оптимизации, дифференциальные и разностные уравнения. Начиная со второй половины XX в. появились новые области математики - статистика нечисловых данных, теория нечетких множеств, автоматизированный системно-когнитивный анализ, интервальная математика. Объединяющую их системную нечеткую интервальную математику [3] рассматриваем как основу математики XXI века.

Основная часть областей математики, разработанных представителями второго направления, в применении к решению прикладных задач оказалась, увы, бесплодной. Не для этого они разрабатывались. Опыт двадцати лет XXI в. подтверждает сказанное. Печально глядеть на длинные ряды математических журналов на библиотечных полках, понимая, что пользы для человечества от опубликованных в них теорем нет и почти наверняка не будет.

Математиков второго направления можно сравнить с шахматистами. Они играют, сражаются за первые места, их партии зачастую можно рассматривать как произведения искусства. Но целесообразно ли давать им государственную поддержку, открывать факультеты шахмат в ведущих университетах? В настоящее время ответ общества - нет, нецелесообразно. Математиков второго направления также вряд ли нужно готовить в государственных вузах и размещать в государственных научно-исследовательских организациях.

Некогда популярные области математики хиреют. Примером является элементарная геометрия, изучающая точки, прямые, треугольники, окружности. Исследования в этой области начались в Древней Греции, Сводка полученных результатов дана в знаменитых "Началах" Евклида. Однако основной массив теорем был получен учителями математики в гимназиях XIX в. В следующем веке поток новых результатов иссяк. Тем не менее до сих пор в средней школе элементарную геометрию изучают в большом объеме, включают в программы различных экзаменов. На эту устаревшую область математики излишне тратят силы преподаватели и учащиеся.

За полвека автору этой статьи никто не смог привести примеры практических задач, в которых была бы полезна теорема о том, что три перпендикуляра, восстановленные в серединах сторон треугольника, пересекаются в одной точке. Утверждение, конечно, красивое, но бесполезное для практики. Нужно ли обучать доказательству этой теоремы? Не лучше ли рассмотреть математические теории, полезные для практики?

Аналогичное увядание наблюдаем для параметрической математической статистики. Но есть и нюансы. Преподавание этой области ущербно. До сих пор в учебных курсах рассказывают об оценках максимального правдоподобия, хотя продемонстрированы преимущества перед ними одношаговых оценок.

Сказанное обосновывает необходимость рассуждений о направлениях будущего развития математики с целью выделения наиболее перспективных. Исходим из проанализированных нами потребностей научной специальности 08.00.13 "математические и инструментальные методы в экономике".

6. Математические, прагматические и компьютерные числа

Для описания фактов реальности часто используют числа. В математике выделяют натуральные, рациональные, действительные (вещественные) числа. Обсудим некоторые их свойства, оставив без внимания комплексные числа, кватернионы, трансфинитные числа.

Еще в Древней Греции была установлено, что натуральных чисел бесконечно много. С теоретической точки зрения ясно, что дробей и вещественных чисел - бесконечно много. Но это в математике. А на практике мы пользуемся всего лишь такими числами, в которых значащих десятичных цифр - конечное число. Более того, обычно значащих десятичных цифр совсем немного - пять, семь, не более десяти. Таких чисел - конечное число, хотя и довольно большое - миллионы.

Таким образом, математических чисел (имеющихся в математических теоретических системах) - бесконечно много, а прагматических (которые мы применяем в практических расчетах) - конечное число. Этот разрыв между математикой и практикой имеет разнообразные последствия.

Прагматические числа записываются конечным (не более 10) набором значащих цифр не только из-за сложности записи, но и потому, что ограничена точность измерений (наблюдений, испытаний, анализов, опытов, обследований).

Нельзя записать с помощью конечного набора цифр постоянно используемые в различных разделах математики трансцендентные числа (отношение длины окружности к диаметру, основание натуральных логарифмов и др.). Нельзя записать и иррациональные числа, например, длину диагонали квадрата е единичным основанием.

Числа, используемые в компьютерных расчетах, также отличаются от математических. Компьютерные числа примыкают к прагматическим, хотя могут использовать большее число бинарных разрядов. Принципиально важным является наличие "машинного нуля" - положительной границы, такого числа, что все положительные результаты расчетов, меньшие машинного нуля, считаются равными 0. Как следствие, бесконечный ряд, слагаемые которого - обратные величины натуральных чисел, в математике имеет бесконечную сумму, а при вычислении на компьютере - конечную, поскольку все слагаемые, начинающиеся с некоторого, обнуляются.

Как преодолеть разрыв? Необходима разработка новой математической теории. Назовем ее теорией прагматических чисел.

7. Моделирование связей математических и прагматических чисел

Есть два подхода. Во-первых, прагматические числа можно моделировать дискретными математическими моделями. В частности, использовать таблицы сопряженности, теорию информации, теорию систем, системно-когнитивный анализ. При таком подходе считается, что исходные данные взяты из заданного конечного множества. В рамках рассматриваемого подхода разработано большое число методов анализа данных.

Во-вторых, можно моделировать связи между прагматическими и математическими числами с целью использовать аппарат непрерывных и дифференцируемых величин. В рамках второго подхода рассмотрим ряд моделей, в которых прагматические числа рассматриваются как приближенные значения математических.

В модели группировки значения дискретной переменной порождаются в результате группировки значений непрерывной переменной. Например, фиксируем температуру 15^0, если значения непрерывной переменной больше $14{,}5^0$ и не превосходит $15{,}5^0$. Здесь границы между интервалами группировки заранее заданы и не зависят от значения непрерывной переменной. В математической статистике такие модели рассматриваются с XIX в. (поправки Шеппарда).

В моделях интервального анализа, прежде всего в статистике интервальных данных, значения прагматического и математического чисел различаются не более чем на малое заданное число. При этом границы между интервалами группировки зависят от значения непрерывной переменной. Статистика интервальных данных развивается с 1980-х годов. Она принципиально отличается от математической статистики первой половины XX в. В частности, в статистике интервальных данных отсутствуют состоятельные статистические оценки, введено понятие рационального объема выборки, превышать который нерационально. Связано это с тем, максимально возможное расхождение значений статистик, рассчитанных по прагматическим и математическим числам (т.н. нотна - одно из основных понятий статистики интервальных данных) не стремится к 0 при росте объема выборки.

Третий тип моделей строится на основе теории нечетких множеств, математический аппарат которой активно развивается с 1960-х годов. Расхождения между функциями от прагматических и математических чисел изучаются как нечеткие объекты.

Иногда утверждают, что теория вероятностей и теория нечетких множеств - две разные области математики. Это не так. Еще в 1970-х годах установлено, что теория нечетких множеств в некотором смысле сводится к теории случайных множеств и тем самым к теории вероятностей. Однако этот фундаментальный факт мало влияет на алгоритмы решений практических задач - они остаются различными для применений теории нечеткости и для применений вероятностно-статистических моделей и методов.

8. Системная нечеткая интервальная математика в математике XXI века

Моделированию связей математических и прагматических чисел посвящена монография "Системная нечеткая интервальная математика" 2014 г., подготовленная нами совместно с проф. Е.В. Луценко [3]. Название монографии констатирует выделение основного (на современном этапе) стержня математики как развивающейся науки. В настоящей статье мы рассматриваем системную нечеткую интервальную математику как основу математики XXI века. Она на новом уровне и в новом направлении развивает основные концепции математики предыдущего тысячелетия. Нечеткие и интервальные числа - основа системной нечеткой интервальной математики. Обсудим такое базовое понятие для математики XXI века, как система.

В переводе с древнегреческого система - это некое целое, составленное из частей; соединение. Другими словами, система — это множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, которое образует определённую целостность, единство. Термин «система» целесообразно использовать в тех случаях, когда нужно подчеркнуть, что *что-то* является большим, сложным, не полностью сразу понятным, при этом целым, единым. В отличие от понятий «множество», «совокупность» понятие системы подчёркивает упорядоченность, целостность, наличие закономерностей построения, функционирования и развития. Свойства системы не сводятся к сумме свойств ее элементов. Используют специальный термин *эмерджентность* для обозначения появления у системы свойств, не присущих её элементам в отдельности; несводимость свойств системы к сумме свойств её компонентов.

Такие термины, как анализ систем, системная математика, системный анализ, в частности, системный анализ данных, имеют практически совпадающее содержание, их, по нашему мнению, можно рассматривать как синонимы. Близки к ним системотехника и системное проектирование. Часть этого направления - теория принятия решений.

Современный этап развития этого научного направления - это автоматизированный системно-когнитивный анализ. Приведем часть аннотации к базовой публикации по этой стержневой области системного анализа.

"Системный анализ представляет собой современный метод научного познания, общепризнанный метод решения проблем. Однако возможности практического применения системного анализа ограничиваются отсутствием программного инструментария, обеспечивающего его автоматизацию. Существуют разнородные программные системы, автоматизирующие отельные этапы или функции системного анализа в различных конкретных предметных областях.

Автоматизированный системно-когнитивный анализ (АСК-анализ) представляет собой системный анализ, структурированный по базовым когнитивным операциям, благодаря чему удалось разработать для него математическую модель, методику численных расчетов (структуры данных и алгоритмы их обработки), а также реализующую их программную систему – систему «Эйдос». Система «Эйдос» разработана в постановке, не зависящей от предметной области, и имеет ряд программных интерфейсов с внешними данными различных типов. АСК-анализ может быть применен как инструмент, многократно усиливающий возможности естественного интеллекта во всех областях, где используется естественный интеллект. АСК-анализ был успешно применен для решения задач идентификации, прогнозирования, принятия решений и исследования моделируемого объекта путем исследования его модели во многих предметных областях, в частности в экономике, технике, социологии, педагогике, психологии, медицине, экологии, ампелографии, геофизике, энтомологии, криминалистике и др." [4].

Отметим, что методы анализа данных могут быть развиты на основе теории информации. Это утверждение продемонстрировано в подходе Кульбака [5], который в свое время высоко оценил А.Н. Колмогоров.

9. Некоторые распространенные заблуждения

Верно ли, что любая математическая теория строится на определенной аксиоматике? Достаточно просмотреть несколько математических работ, чтобы убедиться в том, что практически никто из их авторов не формулирует аксиомы и правила вывода. Но при этом неявно предполагается, что привычные математические теории - например, дифференциальное и интегральное исчисления или предельные теоремы теории вероятностей, - не содержат противоречий. Т.е. аксиоматика - где-то вдалеке. В частности, из-за того, что абсолютно строгие рассуждения являются крайне длинными. Например, для строгого введения понятия "один" Н. Бурбаки понадобился целый том "Элементов математики".

Некоторые математические теории по традиции исходят из нерациональных предпосылок. Например, базовым понятием теории вероятностей является понятие вероятностного пространства, состоящего из пространства элементарных событий, сигма-алгебры измеримых множеств (событий) в нём и вероятностной меры, определенной на элементах этой сигма-алгебры. При использовании этого понятия приходится держать в уме возможность появления неизмеримых множеств на различных этапах рассуждений. Вместе с тем в случае, когда пространство элементарных событий состоит из конечного числа элементов, можно считать все его подмножества измеримыми. Как следствие, можно избавиться от опасности появления неизмеримых множеств. Так следует ли заниматься вопросами измеримости? На наш взгляд, от них можно избавиться на этапе выбора изучаемой модели, приняв, что используются конечные множества. Переходить к бесконечным множествам имеет смысл только тогда, когда такой переход облегчает рассуждения (как при переходе от сумм к интегралам). Примерно так говорил автору настоящей статьи А.Н. Колмогоров полвека назад.

Обсудим соотношение схем и теорем. Теорема отличается от схемы рассуждений добавлением условий, при которых теорема верна. Примером схемы является центральное утверждение теории вероятностей: распределение центрированной и нормированной суммы независимых случайных величин приближается стандартным нормальным распределением при увеличении числа слагаемых. Добавляя те или иные условия, получаем различные варианты Центральной Предельной Теоремы (ЦПТ) теории вероятностей. На протяжении нескольких веков условия справедливости ЦПТ совершенствовались [6]. Надо подчеркнуть важность формирований перспективных схем рассуждений, указывающих путь дальнейшим исследованиям по выявлению условий, при которых теорема верна. Формирование перспективной схемы рассуждений - не менее важное достижение, чем доказательство теоремы при тех или иных условиях.

Вместо метрических пространств естественно применять пространства с естественными показателями близости, поскольку неравенство треугольника, как правило, не является необходимым для проведения рассуждений.

10. Организационные вопросы развития математики

Мы показали, что "столбовая дорога" будущей математики - это системная нечеткая интервальная математика. Она активно развивается многими исследователями.

Однако нельзя не сказать о том, что новое развивается в борьбе со старым. Традиционный подход оторванной от потребностей практики чистой математики в настоящее время господствует в учебных заведениях и немногочисленных научных учреждениях. Специалисты, занимающиеся перспективными исследованиями, обычно выдавливаются из окружающей их инертной среды и переходят в организации практической направленности, в которых реализуют свои идеи. На примере элементарной геометрии (геометрии прямых и окружностей) мы видим, как традиция поддерживает отжившие области математики. Нельзя ожидать быстрого отмирания устаревших отраслей математики, поскольку за них будут держаться их адепты, неспособные перестроиться. Через несколько десятилетий всё будет ясно, но в течение этого времени необходимо действовать в новых направлениях. Надо продолжать активно развивать центральную область математики XXI в. - системную нечеткую интервальную математику.

11. Кратко о многообразии литературных источников

По рассмотренным выше вопросам опубликовано довольно много статей и книг. Исходя из нужд читателей, укажем некоторые из них.

Тематика статистики нечисловых данных и статистики интервальных данных раскрыта в монографиях [7 - 9]. Современное состояние этих научных, практических и учебных дисциплин отражено в статьях [10] и [11, 12] соответственно. Проблемам упомянутой выше теории принятия решений посвящены монографии [8, 13, 14]. Использование современных математических методов при решении различных прикладных задач рассмотрено в монографиях [15 - 19]. Речь идет о перспективных математических и инструментальных методах контроллинга, организационно-экономическом, математическом и программном обеспечении контроллинга, инноваций и менеджмента, современным подходам в наукометрии, современной цифровой экономике, высоких статистических технологиях и системно-когнитивном моделировании в экологии. Многие из 129 статей, опубликованных нами в "Научном журнале КубГАУ", посвящены тематике, обобщенной в настоящей статье.

Литература

1. Налимов В.В., Мульченко З.М. Наукометрия. Изучение развития науки как информационного процесса. - М.: Наука, 1969. - 192 с.
2. Маркс К., Энгельс Ф. Сочинения. 2 изд. Т. 20, с. 37.
3. Орлов А.И., Луценко Е.В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2014. – 600 с.
4. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ [Электронный ресурс] URL: http://lc.kubagro.ru/aidos/ASK-analysis.htm (дата обращения 20.09.2020).
5. Кульбак С. Теория информации и статистика: Пер. с англ. - М. : Наука, 1967. - 408 с.
6. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп.—М.: Едиториал УРСС, 2005.— 448 с.
7. Орлов А.И. Прикладная статистика. — М.: Экзамен, 2006. — 672 с.
8. Орлов А.И. Теория принятия решений. — М.: Экзамен, 2006. — 576 с.
9. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: : учебник : в 3 ч. Ч.1: Нечисловая статистика. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. — 542 с.

10. Орлов А.И. Статистика нечисловых данных - центральная часть современной прикладной статистики / Научный журнал КубГАУ. 2020. № 156. С. 111–142.
11. Орлов А.И. Основные идеи статистики интервальных данных / Научный журнал КубГАУ. 2013. №94. С. 867–892.
12. Орлов А.И. Статистика интервальных данных (обобщающая статья) / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2015. Т. 81. № 3. С. 61-69.
13. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений. — М. : КноРус, 2020. — 568 с.
14. Орлов А.И. Методы принятия управленческих решений. - М.: КНОРУС, 2018. - 286 с.
15. Орлов А.И., Луценко Е.В., Лойко В.И. Перспективные математические и инструментальные методы контроллинга. Под научной ред. проф. С.Г. Фалько. Монография (научное издание). – Краснодар, КубГАУ. 2015. – 600 с.
16. Орлов А.И., Луценко Е.В., Лойко В.И. Организационно-экономическое, математическое и программное обеспечение контроллинга, инноваций и менеджмента: монография / под общ. ред. С. Г. Фалько. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – 600 с.
17. Лойко В. И., Луценко Е. В., Орлов А. И. Современные подходы в наукометрии: монография / Под науч. ред. проф. С. Г. Фалько. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – 532 с.
18. Лойко В.И., Луценко Е.В., Орлов А.И. Современная цифровая экономика. – Краснодар: КубГАУ, 2018. – 508 с.
19. Лойко В.И., Луценко Е.В., Орлов А.И. Высокие статистические технологии и системно-когнитивное моделирование в экологии : монография. – Краснодар : КубГАУ, 2019. – 258 с.

References

1. Nalimov V.V., Mul'chenko Z.M. Naukometriya. Izuchenie razvitiya nauki kak informacionnogo processa. - M.: Nauka, 1969. - 192 s.
2. Marks K., Engel's F. Sochineniya. 2 izd. T. 20, s. 37.
3. Orlov A.I., Lucenko E.V. Sistemnaya nechetkaya interval'naya matematika. Monografiya (nauchnoe izdanie). – Krasnodar, KubGAU. 2014. – 600 s.
4. Lucenko E.V. Avtomatizirovannyj sistemno-kognitivnyj analiz [Elektronnyj resurs] URL: http://lc.kubagro.ru/aidos/ASK-analysis.htm (data obrashcheniya 20.09.2020).
5. Kul'bak S. Teoriya informacii i statistika: Per. s angl. - M. : Nauka, 1967. - 408 s.
6. Gnedenko B.V. Kurs teorii veroyatnostej. 8-e izd., ispr. i dop.—M.: Editorial URSS, 2005.— 448 s.
7. Orlov A.I. Prikladnaya statistika. — M.: Ekzamen, 2006. — 672 s.
8. Orlov A.I. Teoriya prinyatiya reshenij. — M.: Ekzamen, 2006. — 576 s.
9. Orlov A.I. Organizacionno-ekonomicheskoe modelirovanie: : uchebnik : v 3 ch. CH.1: Nechislovaya statistika. — M.: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, 2009. — 542 s.
10. Orlov A.I. Statistika nechislovyh dannyh - central'naya chast' sovremennoj prikladnoj statistiki / Nauchnyj zhurnal KubGAU. 2020. № 156. S. 111–142.
11. Orlov A.I. Osnovnye idei statistiki interval'nyh dannyh / Nauchnyj zhurnal KubGAU. 2013. №94. S. 867–892.
12. Orlov A.I. Statistika interval'nyh dannyh (obobshchayushchaya stat'ya) / Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov. 2015. T. 81. № 3. S. 61-69.
13. Orlov A.I. Organizacionno-ekonomicheskoe modelirovanie: teoriya prinyatiya reshenij. — M. : KnoRus, 2020. — 568 s.

14. Orlov A.I. Metody prinyatiya upravlencheskih reshenij. - M.: KNORUS, 2018. - 286 s.
15. Orlov A.I., Lucenko E.V., Lojko V.I. Perspektivnye matematicheskie i instrumental'nye metody kontrollinga. Pod nauchnoj red. prof. S.G. Fal'ko. Monografiya (nauchnoe izdanie). – Krasnodar, KubGAU. 2015. – 600 s.
16. Orlov A.I., Lucenko E.V., Lojko V.I. Organizacionno-ekonomicheskoe, matematicheskoe i programmnoe obespechenie kontrollinga, innovacij i menedzhmenta: monografiya / pod obshch. red. S. G. Fal'ko. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – 600 s.
17. Lojko V. I., Lucenko E. V., Orlov A. I. Sovremennye podhody v naukometrii: monografiya / Pod nauch. red. prof. S. G. Fal'ko. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – 532 s.
18. Lojko V.I., Lucenko E.V., Orlov A.I. Sovremennaya cifrovaya ekonomika. – Krasnodar: KubGAU, 2018. – 508 s.
19. Lojko V.I., Lucenko E.V., Orlov A.I. Vysokie statisticheskie tekhnologii i sistemno-kognitivnoe modelirovanie v ekologii : monografiya. – Krasnodar : KubGAU, 2019. – 258 s.