

УДК 544.6+517.958+51-73

UDC 544.6+517.958+51-73

01.00.00 Физико-математические науки

Physic and mathematics

**НЕСТАЦИОНАРНАЯ 2D МОДЕЛЬ
ГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ
ЭЛЕКТРОДИАЛИЗЕ АМФОЛИТ-
СОДЕРЖАЩИХ РАСТВОРОВ**

**NON-STATIONARY 2D MODEL OF THE
GRAVITATIONAL CONVECTION IN
ELECTRODIALYSIS OF AMPHOLYTE-
CONTAINING SOLUTIONS**

Письменский Александр Владимирович
к.ф.-м.н., доцент
Scopus ID: 13004856800
SPIN-код: 9932-7747
*Кубанский государственный университет,
Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149*
archer812@mail.ru

Pismenskiy Alexander Vladimirovich
Cand.Phys.-Math.Sci., associate professor
Scopus ID: 13004856800
SPIN-code: 9932-7747
Kuban State University, Krasnodar, Russia

Белашова Екатерина Дмитриевна
к.х.н., инженер
Scopus ID: 54796376300
SPIN-код автора: 2390-3709
*Кубанский государственный университет,
Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149*
ekaterinabelashova23@gmail.com

Belashova Ekaterina Dmitrievna
Cand.Chem.Sci., engineer
Scopus ID: 54796376300
SPIN-code: 2390-3709
Kuban State University, Krasnodar, Russia

Уртенов Махамет Али Хусеевич
д.ф.-м.н., профессор
Scopus ID: 6603363090
SPIN-код: 7189-0748
*Кубанский государственный университет,
Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149*
urtenovmax@mail.ru

Urtenov Makhamet Ali Khuseevich
Dr.Sci.Phys.-Math., professor
Scopus ID: 6603363090
SPIN-code: 7189-0748
Kuban State University, Krasnodar, Russia

Коваленко Анна Владимировна
к.э.н., доцент
Scopus ID: 55328224000
SPIN-код автора: 3693-4813
*Кубанский государственный университет,
Россия, 350040, Краснодар, Ставропольская, 149*
savanna-05@mail.ru

Kovalenko Anna Vladimirovna
Cand.Econ.Sci., associate professor
Scopus ID: 55328224000
SPIN-code: 3693-4813
Kuban State University, Krasnodar, Russia

Анализ полученных авторами экспериментальных данных, а также справочной литературы, позволил выдвинуть гипотезу о существенной роли гравитационной конвекции в электромембранных системах с амфолитами даже в допредельных токовых режимах. Статья посвящена построению математической модели переноса ионов в проточной электромембранной системе при электродиализе амфолит-содержащих растворов с учетом возможного появления гравитационной конвекции, в том числе, за счет неизотермических реакций протонирования/депротонирования амфолитов. В статье представлена краевая задача, являющейся новой математической моделью диффузии, конвекции и электромиграции четырех компонентов раствора одновременно (ионов натрия, дигидрофосфата и водорода, а также молекул ортофосфорной кислоты) в половине канала обессоливания электродиализатора,

An analysis of the experimental data obtained by the authors, as well as reference books, allowed to hypothesize about the essential role of gravitational convection in electromembrane systems with ampholytes even in underlimiting current regimes. The article is devoted to the development of the mathematical model of ion transport in a flow electromembrane system during electro dialysis of ampholyte-containing solutions with taking into account a possible appearance of gravitational convection, in particular, due to nonisothermal protonation–deprotonation reactions of ampholytes. The article presents the boundary value problem that is the new mathematical model for diffusion, convection and electromigration of four components of the solution (ions of sodium, dihydrogen phosphate and hydrogen, as well as molecules of orthophosphoric acid) in a half of an electro dialysis desalination channel, adjacent to an anion-exchange membrane.

примыкающей к анионообменной мембране. Мембрана считается идеально селективной и гомогенной. Система уравнений с частными производными, составляющая основу модели, также включает уравнения Навье-Стокса, материального баланса, конвективной теплопроводности и условием электронейтральности. Система уравнений дополняется рядом естественных и оригинальных граничных условий. Отличительной особенностью данной работы является отсутствие допущения о равновесности химических реакций в диффузионном слое. Результаты работы могут быть использованы при разработке экологически целесообразных и ресурсосберегающих мембранных технологий переработки продуктов агропромышленного комплекса

Ключевые слова: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ, АМФОЛИТ, ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ, ВЫНУЖДЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ, ИОННЫЙ ПЕРЕНОС, ФОСФАТ, РЕАКЦИИ ПРОТОНИРОВАНИЯ-ДЕПРОТОНИРОВАНИЯ, ЭЛЕКТРОДИАЛИЗАТОР, КАНАЛ ОБЕССОЛИВАНИЯ

The membrane is considered as ideally selective and homogeneous. The system of partial differential equations, that is the base of the model, also includes equations of Navier-Stokes, material balance, convective heat conduction and the electroneutrality condition. The system of equations is supplemented by a number of natural and original boundary conditions. A distinctive feature of this study is the absence of assumptions about the equilibrium of chemical reactions in a diffusion layer. The results of the study can be used for the development of environmentally rational and resource saving membrane technologies for a processing of products of agro-industrial complex

Keywords: MATHEMATICAL MODEL, PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS, AMPHOLYTE, GRAVITATIONAL CONVECTION, FORCED CONVECTION, ION TRANSPORT, PHOSPHATE, PROTONATION-DEPROTONATION REACTIONS, ELECTRODIALYZER, DESALINATION CHANNEL

Doi: 10.21515/1990-4665-123-116

Введение

Диссоциация молекул воды на границе мембрана/раствор в процессе электродиализного обессоливания является одним из механизмов сверхпредельного массопереноса наряду с гравитационной конвекцией и электроконвекцией [1-4]. В работах [5-9], рассматривающих влияние реакции диссоциации молекул воды на перенос ионов соли в мембранной системе на примере раствора $NaCl$, показано, что в водных растворах эндотермические реакции диссоциации и экзотермические реакции рекомбинации воды происходят в околопредельных и сверхпредельных токовых режимах.

Однако существуют растворы, в которых подобные реакции могут происходить и при допредельных токах. Примерами являются многие амфолит-содержащие растворы: виноматериалы, соки, молочные продукты, муниципальные сточные воды, в которых присутствуют анионы

ортофосфорной кислоты, продукты микробиологической переработки биомассы, содержащие аминокислоты и анионы многоосновных карбоновых кислот, и др. Амфолиты могут проявлять как кислотные, так и основные свойства в зависимости от pH раствора и вступать в реакции протонирования-депротонирования с растворителем (водой) или друг с другом, что также сопровождается тепловыми эффектами.

Экспериментальные вольтамперные характеристики (ВАХ) анионообменной мембраны (АОМ), полученные авторами в амфолит-содержащем растворе NaH_2PO_4 (дигидрофосфата натрия), свидетельствуют о существенном увеличении предельного тока в вертикальном положении канала обессоливания (КО) по сравнению с горизонтальным (рис. 1), в котором КО находится под исследуемой мембраной, и гравитационная конвекция подавляется.

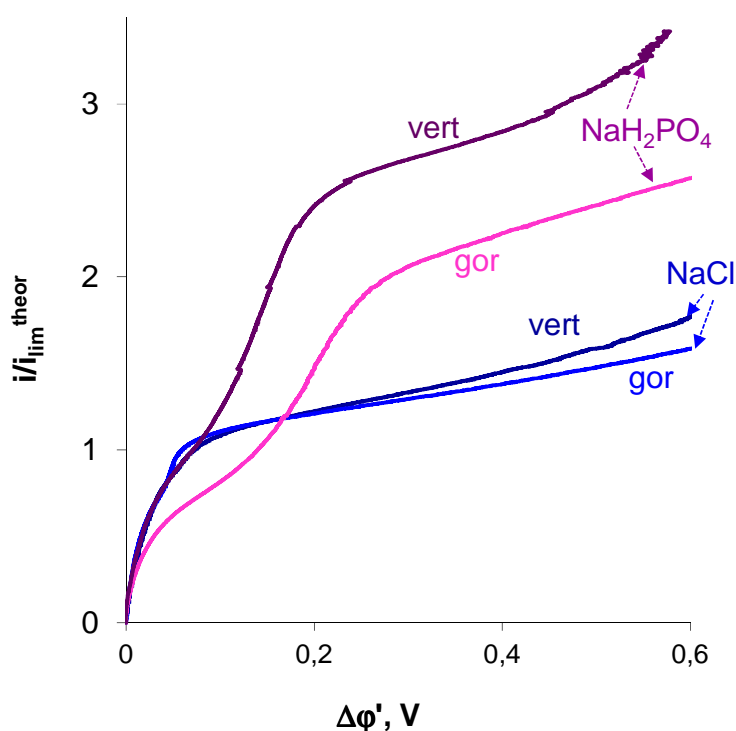
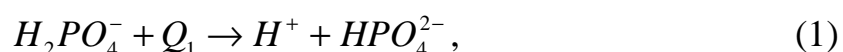


Рисунок 1. ВАХ для растворов $NaCl$ и NaH_2PO_4 с концентрацией 20 моль/м³ при скорости потока 4 мм/с в КО с межмембранным расстоянием 6.7 мм в вертикальном и горизонтальном положениях мембранного пакета

Такое поведение мембранных систем является свидетельством присутствия гравитационной конвекции при вертикальном положении КО. В то же время при электродиализе в тех же условиях растворов, не содержащих амфолитов, например, раствора $NaCl$, этот эффект не наблюдается, или наблюдается в значительно меньшей степени.

Это позволяет выдвинуть гипотезу о том, что одной из причин наблюдаемой гравитационной конвекции в системах, содержащих амфолиты, являются тепловые эффекты, возникающие в результате сопряженных химических реакций. Помимо джоулева разогрева в растворе NaH_2PO_4 происходит поглощение теплоты Q_1 на границе раствор/анионообменная мембрана в результате диссоциации (депротонирования) аниона-амфолита $H_2PO_4^-$:



и поглощение теплоты Q_2 на некотором удалении от межфазной границы в результате реакции рекомбинации молекулярной формы – ортофосфорной кислоты:



На то, что две эти реакции разнесены в пространстве, указывают вычисления, сделанные в рамках одномерной трехслойной модели [10], рассматривающей перенос карбонат-ионов через АОМ. Согласно этой модели, протоны появляются в обедненном диффузионном слое вследствие их доннановского исключения из мембраны и диссоциации HCO_3^- на границе мембрана / раствор и рекомбинируют с HCO_3^- на некотором расстоянии от мембраны внутри диффузионного слоя. Расчеты по близкой к [10] модели, проведенные авторами, позволяют предположить, что в условиях концентрационной поляризации расстояние от мембраны до пространства, в котором образуется максимальное количество молекулярной формы (H_3PO_4), может составлять 100-200 мкм.

Таким образом, теоретическое изучение переноса растворов, содержащих амфолиты, с использованием математического моделирования и установление фундаментальных закономерностей этого переноса являются актуальными задачами.

1. Физическая постановка задачи

В работе [11] обосновано, что при математическом моделировании процесса переноса во многих случаях достаточно рассмотреть тепломассоперенос только в камере обессоливания, считая концентрацию в камерах концентрирования постоянной и учитывая влияние катионообменной и анионообменной мембран в виде граничных условий.

Чтобы теоретически изучить взаимодействие вынужденной и гравитационной конвекций, реакций протонирования/депротонирования, а также Джоулева разогрева раствора и переноса тепла через мембраны, построим математическую модель нестационарного переноса амфолит-содержащих растворов (NaH_2PO_4) в половине гладкого прямоугольного КО электродиализного аппарата (ЭДА) (рис. 2), примыкающей к АОМ.

Как правило, при эксплуатации промышленных ЭДА применяется один из двух токовых режимов: гальваностатический (средний ток поддерживается постоянным) или потенциостатический (скачок потенциала постоянен), а при исследовании свойств мембран и мембранных систем – гальванодинамический (ток меняется со временем) или потенциодинамический (меняется скачок потенциала). В данной работе исследуется **потенциодинамический** режим. Будем считать, что поверхности рассматриваемых мембран являются эквипотенциальными. Кроме того, будем считать мембраны гомогенными и идеально селективными. Раствор прокачивается со средней скоростью V_0 .

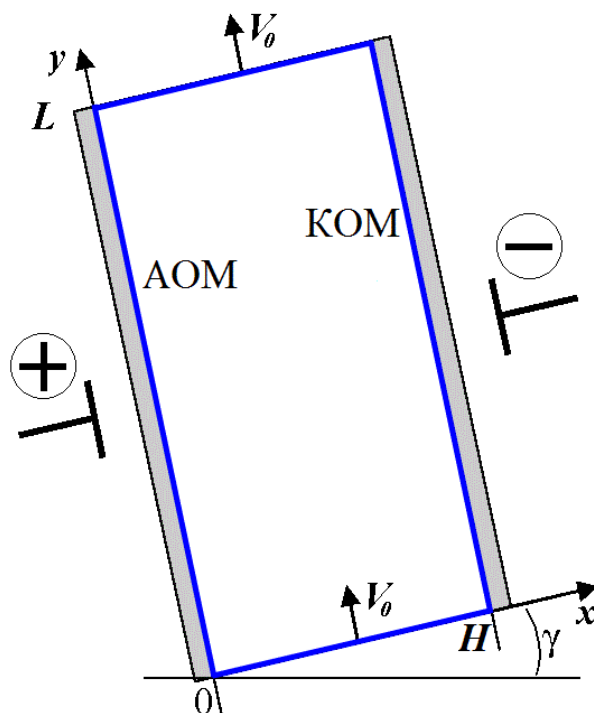


Рисунок 2. Схематическое изображение канала обессоливания: γ – угол наклона; АОМ– анионообменная мембрана; КОМ – катионообменная мембрана, H – межмембранное расстояние, L – длина канала, V_0 – средняя скорость прокачивания раствора

2. 2D математическая модель потенциодинамического режима

Составим двумерную математическую модель, используя основные законы сохранения.

Пусть C_i , j_i , D_i , z_i – концентрации, потоки, коэффициенты диффузии и зарядовые числа, соответственно, для Na^+ ($i=1$), $H_2PO_4^-$ ($i=2$), H^+ ($i=3$), H_3PO_4 ($i=4$); \vec{E} , φ – напряженность и потенциал электрического поля. Потоки рассматриваемых сортов ионов, а также схема их взаимодействия в поперечном сечении КО упрощенно показаны на рисунке 3, где $x=0$ соответствует условной межфазной границе анионообменная мембрана/раствор, $x=h=H/2$ – середина

канала (половина межмембранного пространства), Θ – середина реакционного слоя.

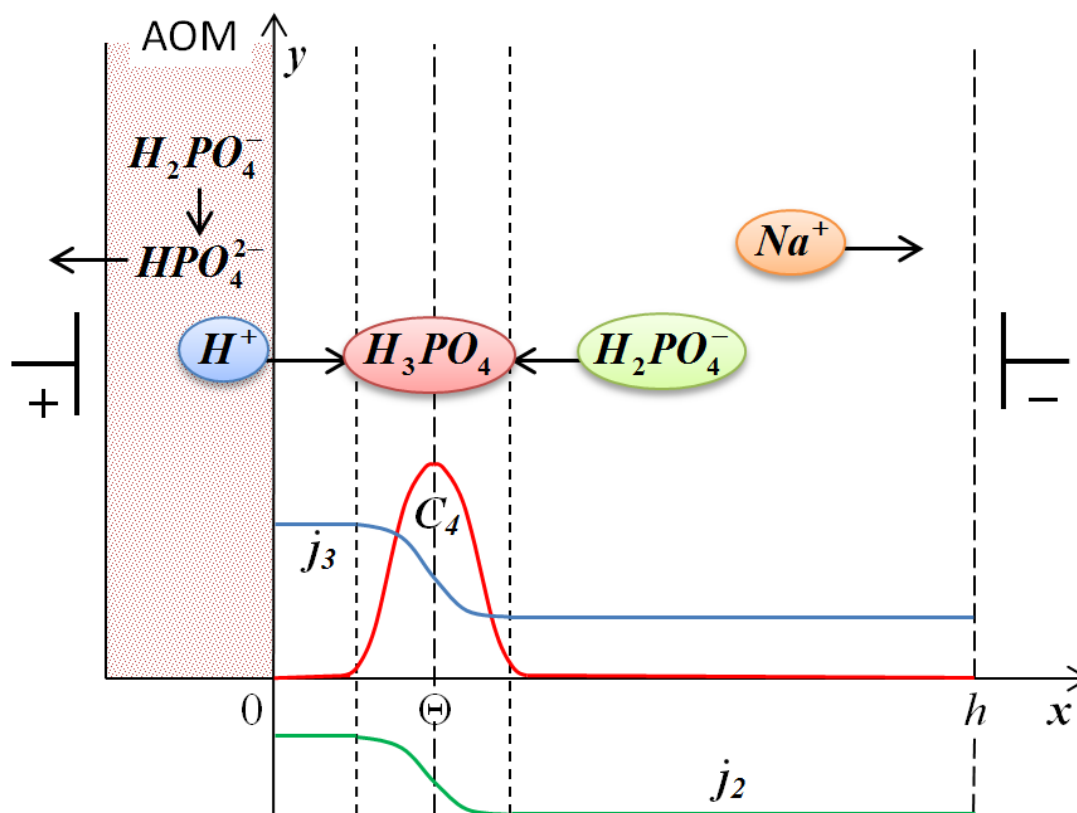


Рисунок 3. Схематическое представление структуры диффузионного слоя согласно модели в поперечном сечении полуканала. Значения индексов: 2 – $H_2PO_4^-$, 3 – H^+ , 4 – H_3PO_4 . Масштаб не соблюден

2.1. Система уравнений

Пусть R_i химические реакции, происходящие с i -ым компонентом раствора. Тогда из условия материального баланса получаем [12]:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\text{div} \vec{j}_i + R_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

Ионы натрия не участвуют в химических реакциях, поэтому $R_1 = 0$.

Ионы водорода H^+ и гидрофосфата HPO_4^{2-} образуются в результате реакции диссоциации (депротонирования) аниона-амфолита $H_2PO_4^-$, происходящей на границе раствор/анионообменная мембрана с

поглощением теплоты Q_1 (1) Эту реакцию проще всего учесть в граничных условиях.

Кроме того, 2-зарядные ионы гидрофосфата выносятся из раствора через мембрану в канал концентрирования и более в КО не присутствуют, следовательно их можно исключить из рассмотрения. Так как ионы $H_2PO_4^-$ и реагируют с H^+ с образованием ортофосфорной кислоты (2), которая также может диссоциировать, то $R_2 = R_3 = K_d C_4 - K_r C_2 C_3$, где K_d – константа скорости диссоциации ортофосфорной кислоты, K_r – константа скорости рекомбинации кислоты [13]. Расчеты, проведенные нами, показывают, что $K_d = 21.75 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ $K_r = 3 \cdot 10^7 \text{ м}^3/(\text{моль} \cdot \text{с})$.

Молекулы H_3PO_4 образуются и распадаются в результате реакции диссоциации/рекомбинации, поэтому

$$R_4 = -K_d C_4 + K_r C_3 C_4.$$

Таким образом,

$$R_1 = 0, R_2 = R_3 = -R_4 = K_d C_4 - K_r C_2 C_3, \quad (4)$$

При написании формулы потоков, необходимо учесть, что ионы Na^+ , $H_2PO_4^-$, H^+ движутся под действием электромиграции, диффузии и конвективного переноса, в то время как молекулы ортофосфорной кислоты H_3PO_4 – только диффузии и конвективного переноса, следовательно:

$$\vec{j}_i = \frac{F}{RT_0} z_i D_i C_i \vec{E} - D_i \nabla C_i + C_i \vec{V}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (5)$$

$$\vec{j}_4 = -D_4 \nabla C_4 + C_4 \vec{V} \quad (6)$$

К уравнениям (3)-(6) нужно добавить условие электронейтральности (7), условие протекания тока (8), уравнения теплопроводности (9) с учетом Джоулевого разогрева раствора и поглощения тепла Q_2 при эндотермической реакции образования ортофосфорной кислоты, уравнения Навье-Стокса (10), (11) с учетом архимедовых сил плавучести:

$$z_1 C_1 + z_2 C_2 + z_3 C_3 = 0, \quad (7)$$

$$\vec{I} = F(z_1 \vec{j}_1 + z_2 \vec{j}_2 + z_3 \vec{j}_3), \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V}, \nabla T) = \alpha \Delta T + \frac{1}{\rho_0 c_p} G - \frac{1}{\rho_0 c_p} Q_2, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \nu \Delta \vec{V} + \frac{1}{\rho_0} \vec{f}, \quad (10)$$

$$\operatorname{div}(\vec{V}) = 0, \quad (11)$$

где $G = (\vec{E}, \vec{I})$ – плотность источников тепла в момент времени t в результате прохождения электрического тока через раствор (джоулевого разогрева), $Q_2 = k(K_a C_4 - K_r C_2 C_3)$ – плотность стока тепла в момент времени t , связанного с образованием ортофосфорной кислоты, где k – количество тепла, поглощаемого при диссоциации одного моль ортофосфорной кислоты за единицу времени. Поскольку изучается преимущественно допредельный токовый режим и гравитационная конвекция, то в качестве силы \vec{f} рассматриваются подъемные (архимедовы) силы $\vec{f} = -\bar{g} \bar{\Delta} \rho$, где, используя приближение Буссинеска [14], получаем:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta} \rho = \rho - \rho_0 = & \frac{\partial \rho}{\partial C_1} (C_1 - C_{01}) + \frac{\partial \rho}{\partial C_2} (C_2 - C_{02}) + \\ & + \frac{\partial \rho}{\partial C_3} (C_3 - C_{03}) + \frac{\partial \rho}{\partial C_4} (C_4 - C_{04}) + \frac{\partial \rho}{\partial T} (T - T_0). \end{aligned}$$

Характеризуя систему уравнений (3), (5)-(11) отметим, что, неизвестными функциями являются: $C_i, \vec{j}_i, i = 1, 2, 3, 4, \vec{I}, \vec{E} = -\nabla \varphi, T, \vec{V}$. Всего 19 неизвестных скалярных функций и такое же количество скалярных уравнений.

2.2. Краевые условия

1) На границе раствор/анионообменная мембрана ($x = 0$) концентрация ортофосфорной кислоты считается равной нулю:

$$C_4(t, 0, y) = C_{4m} = 0.$$

Анионообменная мембрана считается идеально селективной, поэтому:

$$\vec{n} \cdot \vec{j}_1(t, 0, y) = 0.$$

Здесь и далее \vec{n} – вектор внешней нормали.

Реакцию депротонирования аниона-амфолита $H_2PO_4^-$ учитываем уравнением:

$$-div \vec{j}_3(t, 0, y) + K_{d,2} C_2(t, 0, y) = 0, \quad (12)$$

которое следует из уравнения материального баланса (3) для этой реакции, если учесть, что 2-зарядные ионы гидрофосфата выносятся из раствора через мембрану и более в растворе не присутствуют. Здесь $K_{d,2}$ – коэффициент диссоциации (депротонирования) аниона $H_2PO_4^-$. Из (12) получаем краевое условие:

$$-\frac{\partial}{\partial x} j_{3,x}(t, 0, y) + K_{d,2} C_2(t, 0, y) = 0, \quad j_{3,y}(t, 0, y) = 0$$

Кроме того, используется условие прилипания для скорости на поверхности анионообменной мембраны, т.е. $\vec{V}(t, 0, y) = \vec{V}_m = 0$.

Поверхность мембраны предполагается эквипотенциальной: $\varphi(t, 0, y) = 0$.

Постановка краевого условия для уравнения теплопроводности при $x = 0$ затруднена тем, что эта граница является межфазной, и в ней происходят сложные процессы. Наиболее существенными из них являются эндотермические реакции диссоциации анионов-фосфатов и джоулев нагрев раствора при прохождении тока, поэтому краевое условия при $x = 0$ зависит от соотношения интенсивности этих процессов. В связи с

вышесказанным возможны 2 различных варианта краевого условия при $x = 0$.

а) Предположим, процесс охлаждения из-за диссоциации аниона $H_2PO_4^-$ и джоулев разогрев раствора уравниваются друг друга, и температура при $x = 0$ остается неизменной, поэтому $T(0, y) = T_0$.

б) Джоулев разогрев раствора преобладает, по крайней мере, вначале, над охлаждающим эффектом диссоциации аниона-фосфата. Оценки показывают, что количество тепла, выделяемое при джоулевом разогреве раствора на два порядка больше, чем поглощается из-за реакции диссоциации аниона-амфолита. Поэтому можно считать, что на границе имеется точечный источник тепла мощностью Q_J . Однако следует учесть, что в последующем из-за гравитационной конвекции концентрационная поляризация будет сглаживаться, и, соответственно, сопротивление раствора будет снижаться. Поэтому роль джоулевого нагрева раствора в условиях гравитационной конвекции будет снижаться. В то же время, поглощение тепла при диссоциации $H_2PO_4^-$ остается примерно на одном уровне.

2) В глубине раствора ($x = h$) считаются известными концентрации всех компонентов:

$$C_i(t, h, y) = C_{i0}, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (13)$$

Задаются температура $T(t, h, y) = T_0$ и скорость $\vec{V}(t, h, y) = (0; 1.5 \cdot V_0)^T$

Поверхность $x = h$ будем считать эквипотенциальной, а потенциал задавать в виде: $\varphi(t, h, y) = \varphi_0 + \alpha \cdot t$, где φ_0 – некоторое заданное число – начальное значение скачка потенциала, а α – заданный темп изменения скачка потенциала. Причем для потенциостатического режима $\alpha = 0$, $\varphi_0 < 0$, а для потенциодинамического случая $\varphi_0 = 0$, $\alpha \neq 0$.

3) На входе в канал ($y = 0$) предполагается наличие в водном растворе только ионов Na^+ и $H_2PO_4^-$ с заданной концентрацией C_0 :

$$C_1(t, x, 0) = C_0, C_2(t, x, 0) = C_0, C_3(t, x, 0) = 0, C_4(t, x, 0) = 0.$$

Температура подаваемого раствора задается постоянной $T(t, x, 0) = T_0$. Профиль скорости определяется половиной параболы Пуазейля: $V_x(t, x, 0) = 0, V_y(t, x, 0) = 1.5 \cdot V_0 x(2h - x) / h^2$.

4) На выходе из канала ($y = L$) краевые условия задаются в виде:

$$-\vec{n} \cdot \vec{j}_i(t, x, L) = -V_y(t, x, L) \cdot C_i(t, x, L), \quad i = 1, \dots, 4. \quad (14)$$

Условие (14) означает, что ионы свободно выносятся из канала потоком раствора. Для температуры используется условие:

$$\frac{\partial T(x, L)}{\partial y} = 0.$$

Гидродинамические краевые условия на выходе аналогичны входным.

5) Начальные условия. В начальный момент предполагается наличие в растворе только двух сортов ионов $-Na^+$ и $H_2PO_4^-$ с заданной концентрацией C_0 :

$$C_1(x, y) = C_0, C_2(x, y) = C_0, C_3(x, y) = 0, C_4(x, y) = 0.$$

Электрический потенциал определяется линейной функцией, обеспечивающей согласованность условий на границах $x = 0$ и $x = h$: $\varphi(x, y) = \varphi_0 x / h$. Температура подаваемого раствора задается константой $T(x, 0) = T_0$. Профиль скорости определяется половиной параболы Пуазейля: $V_x(x, 0) = 0, V_y(x, 0) = 1.5 \cdot V_0 x(2h - x) / h^2$.

Заключение

В статье предложена новая математическая модель гравитационной конвекции в растворах амфолитов в виде краевой задачи для системы

дифференциальных уравнений с частными производными. Эта система уравнений приведена к виду, удобному для численного решения. Указаны необходимые краевые и начальные условия для однозначной разрешимости системы дифференциальных уравнений. Рассчитаны параметры, входящие в краевую задачу. Численному и асимптотическому решению этой краевой задачи и физико-химическому анализу процесса гравитационной конвекции предполагается посвятить следующие работы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-48-230856 р_а "Теоретическое и экспериментальное исследование влияния тепловых эффектов на гравитационную конвекцию в мембранных системах с амфолитами".

Библиографический список

1. Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Belova E.I., Sizat Ph., Huguet P., Pourcelly G., Larchet Ch. Intensive current transfer in membrane systems: Modelling, mechanisms and application in electro dialysis. Adv. Colloid and Interface Sci., 160 : 101, 2010.
2. Zabolotsky V.I., Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Urtenov M.Kh., Laktionov E.V., Strathmann H., Wessling M., Koops G.H. Coupled transport phenomena in overlimiting current electro dialysis. Sep. Pur. Tech., 14 : 255, 1998.
3. Shaposhnik V.A., Vasil'eva V.I., Grigorochuk O.V. The interferometric investigations of electromembrane processes. Adv. Colloid Interface Sci., 139 : 74, 2008.
4. Письменская Н.Д. Сопряжённая конвекция раствора у поверхности ионообменных мембран при интенсивных токовых режимах / Н.Д. Письменская, В.В. Никоненко, Е.И. Белова, Г.Ю. Лопаткова, Ф. Сиса, Ж. Пурсели, К. Ларше // Электрохимия. – 2007. – Т. 43, № 3. – С.325-345.
5. Danielsson C.O., Dahlkild A., Velin A., Behm M. A model for the enhanced water dissociation on monopolar membranes. Electrochimica Acta, 54 : 2983, 2009.
6. Заболоцкий, В.И. Диссоциация молекул воды в системах с ионообменными мембранами / В.И. Заболоцкий, Н.В. Шельдешов, Н.П. Гнусин // Успехи химии. – 1988. – Т. 57. – С.1403-1414.
7. Бугаков, В.В. Перенос ионов электролита и диссоциация воды в анионообменных мембранах при интенсивных токовых режимах / В.В. Бугаков, В.И. Заболоцкий, Р.Х. Чермит, М.В. Шарафан // Электрохимия. – 2012. – Т. 48, №6. – С. 721-731.
8. Коваленко А.В. Влияние реакции диссоциации/рекомбинации молекул воды на перенос 1:1 электролита в мембранных системах в диффузионном слое. Часть 1. Математическая модель / А.В. Коваленко, М.Х. Уртенов, Н.М. Сеидова, А.В. Письменский // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №07(121). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/07/pdf/122.pdf>, 0,813 у.п.л. – IDA [article ID]: 1211607122. <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-121-122>.

9. Коваленко А.В. Влияние реакции диссоциации/рекомбинации молекул воды на перенос 1:1 электролита в мембранных системах в диффузионном слое. Часть 2. Асимптотический анализ / А.В. Коваленко, М.Х. Уртенев, Н.М., Сеидова А.В. Письменный // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №08(122). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/08/pdf/17.pdf>, 0,875 у.п.л. – IDA [article ID]: 1221608017. <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-122-017>.
10. Nikonenko, V., Lebedev K., Manzanares J.A., Pourcelly G. // *Electrochim. Acta*. 2003. V.48, N 24. P.3639-3650.
11. Гнусин Н.П. Конвективно-диффузионная модель процесса электродиализного обессоливания. Предельный ток и диффузионный слой / Н.П. Гнусин, В.И. Заболоцкий, В.В. Никоненко, М.Х. Уртенев // *Электрохимия*. – 1986. Т.22, № 3. – С.298-302.
12. Ньюмен Дж. Электрохимические системы. – М. Мир, 1977. – 464 с.
13. Фершт Э. Структура и механизм действия ферментов. – М.: Мир, 1980. – 432 с.
14. Boussinesque J. Theorie de l'ecoulement tourbillant. Mem. pres. par. div. savants a l'Acad. Sci. – 1877. – V.23. – P.46.

References

1. Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Belova E.I., Sistas Ph., Huguet P., Pourcelly G., Larchet Ch. Intensive current transfer in membrane systems: Modelling, mechanisms and application in electrodialysis. *Adv. Colloid and Interface Sci.*, 160 : 101, 2010.
2. Zabolotsky V.I., Nikonenko V.V., Pismenskaya N.D., Urtenov M.Kh., Laktionov E.V., Strathmann H., Wessling M., Koops G.H. Coupled transport phenomena in overlimiting current electrodialysis. *Sep. Pur. Tech.*, 14 : 255, 1998.
3. Shaposhnik V.A., Vasil'eva V.I., Grigorchuk O.V. The interferometric investigations of electromembrane processes. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 139 : 74, 2008.
4. Pis'menskaja N.D. Soprijazhjonaja konvekciya rastvora u poverhnosti ionoobmennyh membran pri intensivnyh tokovyh rezhimah / N.D. Pis'menskaja, V.V. Nikonenko, E.I. Belova, G.Ju. Lopatkova, F. Sista, Zh. Purseli, K. Larshe // *Jelektrohimiya*. – 2007. – Т. 43, № 3. – S.325-345.
5. Danielsson C.O., Dahlkild A., Velin A., Behm M. A model for the enhanced water dissociation on monopolar membranes. *Electrochimica Acta*, 54 : 2983, 2009.
6. Zabolockij, V.I. Dissociacija molekul vody v sistemah s ionoobmennymi membranami / V.I. Zabolockij, N.V. Shel'deshov, N.P. Gnusin // *Uspehi himii*. – 1988. – Т. 57. – S.1403-1414.
7. Bugakov, V.V. Perenos ionov jelektrolita i dissociacija vody v anionoobmennyh membranah pri intensivnyh tokovyh rezhimah / V.V. Bugakov, V.I. Zabolockij, R.H. Chermit, M.V. Sharafan // *Jelektrohimiya*. – 2012. – Т. 48, №6. – S. 721-731.
8. Kovalenko A.V. Vlijanie reakcii dissociacii/rekombinacii molekul vody na perenos 1:1 jelektrolita v membrannyh sistemah v diffuzionnom sloe. Chast' 1. Matematicheskaja model' / A.V. Kovalenko, M.H. Urtenov, N.M. Seidova, A.V. Pis'menskij // *Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Elektronnyj resurs]*. – Краснодар:

KubGAU, 2016. – №07(121). – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/07/pdf/122.pdf>, 0,813 u.p.l. – IDA [article ID]: 1211607122. <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-121-122>.

9. Kovalenko A.V. Vlijanie reakcii dissociacii/rekombinacii molekul vody na perenos 1:1 jelektrolita v membrannyh sistemah v diffuzionnom sloe. Chast' 2. Asimptoticheskiy analiz / A.V. Kovalenko, M.H. Urtenov, N.M., Seidova A.V. Pis'menskiy // Politematicheskiy setevoy jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2016. – №08(122). – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2016/08/pdf/17.pdf>, 0,875 u.p.l. – IDA [article ID]: 1221608017. <http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-122-017>.

10. Nikonenko, V., Lebedev K., Manzanares J.A., Pourcelly G. // *Electrochim. Acta*. 2003. V.48, N 24. P.3639-3650.

11. Gnusin N.P. Konvektivno-diffuzionnaja model' processa jelektrodializnogo obessolivanija. Predel'nyj tok i diffuzionnyj sloj / N.P. Gnusin, V.I. Zabolockij, V.V. Nikonenko, M.H. Urtenov // *Jelektrohimija*. – 1986. T.22, № 3. – S.298-302.

12. N'jumen Dzh. *Jelektrohimicheskie sistemy*. – M. Mir, 1977. – 464 s.

13. Fersht Je. *Struktura i mehanizm dejstvija fermentov*. – M.: Mir, 1980. – 432 s.

14. Boussinesque J. *Theorie de l'ecoulement tourbillant*. Mem. pres. par. div. sovants a l'Acad. Sci. – 1877. – V.23. – P.46.