

УДК 681.5.015.2

UDC 681.5.015.2

05.00.00 Технические науки

Technical sciences

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СУШКИ ГОФРОКАРТОНА

MATHEMATICAL MODEL OF A DRYING PROCESS OF CORRUGATED CARDBOARD

Пиотровский Дмитрий Леонидович
Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой автоматизации производственных процессов ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар, Россия

Piotrovskiy Dmitriy Leonidovich
Dr.Sci.Tech., professor
Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

Черный Роман Романович
КВВАУЛ «Краснодарское высшее авиационное училище летчиков», Краснодар, Россия

Cherny Roman Romanovich
Krasnodar higher military aviation school of pilots, Krasnodar, Russia

Особенностью процесса сушки гофрокартона являются различные процессы сушки на трех секциях сушильного стола. В статье решена задача получения математической модели процесса сушки гофрокартона. При этом осуществлена структурная идентификация процесса, определены входные и выходные параметры, обозначены передаточные коэффициенты по каналам управления и возмущения

The feature of the process of drying of corrugated cardboard is different drying processes on three sections of the drying table. The article solves the problem of obtaining a mathematical model of drying process of corrugated cardboard. This structural identification process, defined the input and output parameters, denoted the transmission coefficients for the control channels and indignation

Ключевые слова: СУШКА ГОФРОКАРТОНА, СТРУКТУРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ, КАНАЛЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Keywords: DRYING OF CORRUGATED CARDBOARD, STRUCTURAL IDENTIFICATION, CHANNELS OF INFLUENCE, MATHEMATICAL MODEL

Технологический процесс сушки гофрокартона производится на сушильном столе. Конструктивно этапы нагревания гофрокартона осуществляются в секциях сушильного стола. В первой секции осуществляется первый этап (Iэтап). Во второй секции – второй этап (IIэтап). В третьей и четвертой секциях – третий этап (IIIэтап) [1] Интенсивность испарения влаги i -й секцией сушильного стола Q_i является функцией приведенной температуры θ_i -й секции сушильного стола. Используя данные, приведенные в [1] и [2], записывая уравнение для массы воды, содержащейся в 1 м^2 гофрокартона на выходе из сушильного стола в функциональном виде:

$$W_{\text{вых}}(W_{\text{вх}}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, U) = W_{\text{вх}} - \frac{l_1 o_1(\theta_1)}{v_{\text{лп}}} - \frac{l_2 o_2(\theta_2)}{v_{\text{лп}}} - \frac{l_3 o_3(\theta_3)}{v_{\text{лп}}} + \frac{W_0}{v_{\text{лп}} h} U$$

(1)

где $W_{\text{вх}}$ – количество влаги, содержащейся в 1м² гофрокартона, кг/м²;

θ_1 – приведенная температура первой секции сушильного стола, °С;

θ_2 – приведенная температура второй секции сушильного стола, °С;

θ_3 – приведенная температура третьей секции сушильного стола, °С;

U – относительная скорость гофрокартона по сушильному столу;

$o_1(\theta_1)$ – функциональная зависимость влаги, выпариваемой на первой секции сушильного стола за 1 мин с 1м² гофрокартона, от приведенной температуры первой секции сушильного стола кг/(м²мин);

$o_2(\theta_2)$ – функциональная зависимость влаги, выпариваемой на второй секции сушильного стола за 1 мин с 1м² гофрокартона, от приведенной температуры второй секции сушильного стола кг/(м²мин);

$o_3(\theta_3)$ – функциональная зависимость влаги, выпариваемой на третьей секции сушильного стола за 1 мин с 1м² гофрокартона, от приведенной температуры третьей секции сушильного стола кг/(м²мин);

l_1 – длина первой секции сушильного стола, м;

l_2 – длина второй секции сушильного стола, м;

l_3 – суммарная длина третьей и четвертой секций сушильного стола, м;

$v_{\text{лп}}$ – фиксированное значение скорости (линейной) полотна гофрокартона по сушильному столу, м/мин;

W_0 – количество влаги выпариваемой за 1 мин на сушильном столе при фиксированных температурах сушильных секций θ_{10} , θ_{20} и θ_{30} ;

h – ширина полотна гофрокартона, м.

Температура плит сушильных секций в свою очередь зависят от положения штоков регулировочных клапанов и выражаются функциональными зависимостями:

$$\theta_1 = F_1(m_1 P_c), \quad (2)$$

$$\theta_2 = F_2(m_2 P_c), \quad (3)$$

$$\theta_3 = F_3(m_3 P_c), \quad (4)$$

где m_1 – положение штока первого клапана;

m_2 – положение штока второго клапана;

m_3 – положение штока третьего клапана;

P_c – давление пара в питающем паропроводе;

Температуры плит также зависят от давления пара в питающем паропроводе.

На основании уравнений (1), (2), (3) и (4) можно строить структурную схему технологического процесса. Выходными сигналами при этом будут:

- температуры контрольных плит секций сушильного стола;
- влажность гофрокартона (или зависимое от влажности количество влаги в 1 м^2 гофрокартона) поступающего в сушильный стол;
- влажность гофрокартона (или зависимое от влажности количество влаги в 1 м^2 гофрокартона) выходящего из сушильного стола;
- давление пара в питающем паропроводе;
- линейная скорость полотна гофрокартона движения по сушильному столу;

Входными параметрами будут:

- положение штоков регулирующих клапанов;
- влажность гофрокартона (или зависимое от влажности количество влаги в 1 м^2 гофрокартона) входящего в сушильный стол;

- влажность гофрокартона (или зависимое от влажности количество влаги в 1м² гофрокартона) выходящего из сушильного стола;
- давление пара в питающем паропроводе;
- линейная скорость движения гофрокартона (полотна) по сушильному столу.

Для регулирования температуры плит сушильного стола изменяют расход пара в паровом контуре. Регулирование осуществляется переменным гидравлическим сопротивлением, в качестве которого используется регулирующий двухседельный клапан. В установившемся режиме расход пара $G_{\text{п}}$ равен расходу конденсата $G_{\text{к}}$:

$$G_{\text{п}} = G_{\text{к}} \quad (5)$$

Теплота выделяемая паром в секциях сушильного стола вычисляется по формуле

$$Q = G_{\text{п}}(i' - C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}) \quad (6)$$

где i' – энтальпия пара Дж/кг;

$C_{\text{к}}$ – теплоемкость конденсата, Дж/(кгК);

$\theta_{\text{к}}$ – температура конденсата, °С.

Температура рабочих поверхностей плит секций сушильного стола вычисляется исходя из уравнения тепловой кинетики:

$$Q = kF(\theta_{\text{п}} - \theta_{\text{ст}}) \quad (7)$$

где k – коэффициент теплопередачи, Дж/(м²К);

F – площадь теплообмена, м²;

$\theta_{\text{п}}$ – температура пара в плитах сушильного стола, °С;

$\theta_{\text{ст}}$ – температура рабочих поверхностей плит секций сушильного стола, °С.

Из уравнений (5) и (6) получаем значение температуры рабочих поверхностей плит секций сушильного стола:

$$\theta_{ст} = \theta_{п} - G_{п} \frac{i' - c_{к} \theta_{к}}{A_{кF}} \quad (8)$$

Уравнение, связывающее расход пара с положением штока регулирующего клапана определяется по формуле

$$G_{п} = C m \sqrt{\rho_{п}(P_{г} - P)} \quad (9)$$

где C – коэффициент пропорциональности, м²;

$\rho_{п}$ – плотность пара в питающем паропроводе, кг/м³;

$P_{г}$ – давление пара в питающем паропроводе, МПа;

P – давление пара после регулировочного клапана, МПа.

Подставляя в уравнение (8) уравнение (9) получаем:

$$\theta_{ст} = \theta_{п} - C \sqrt{\rho_{п}(P_{г} - P)} \frac{i' - c_{к} \theta_{к}}{A_{кF}} m \quad (10)$$

Учитывая, что параметры пара изменяются вместе с его давлением, уравнение (10) является нелинейным. Однако при приближении давления после клапана $P_{к}$ давлению пара в питающем паропроводе $P_{г}$ процесс приближается к линейному.

Градиенты температур при эксплуатационном режиме работы стола относительно невелики. Стол обладает высоким фильтрующим свойствами по каналу давления пара в паровом контуре - температура греющих плит – фактически он является низкочастотным фильтром. Однако для определения низкочастотных колебаний давления в питающем паропроводе вводятся каналы возмущения: давление в питающем паропроводе – температуры греющих плит сушильного стола. Предполагается, что давление выравнивается по всему питающему паропроводу гораздо быстрее, чем существенно изменяется температура греющих плит. Поэтому входной сигнал по этому каналу возмущения один.

Из уравнения (9) следует выражение:

$$P_c - P \approx \frac{1}{m^2} \frac{1}{\rho_{\pi}} \left(\frac{G_{\pi}}{c} \right)^2 \quad (11)$$

Разлагая правую часть уравнения (11) в ряд Тейлора, по переменной m и линеаризуя его, отбрасываем все члены ряда выше первого порядка, получается выражение:

$$P_c - P \approx \frac{1}{\rho_{\pi}} \left(\frac{G_{\pi}}{c} \right)^2 \frac{1}{m_0^2} - 2 \frac{1}{\rho_{\pi}} \left(\frac{G_{\pi}}{c} \right)^2 \frac{1}{m_0^3} \Delta m' \quad (12)$$

где m_0 – некоторое фиксированное положение штока клапана, ед;

m' – отклонение положения штока клапана от его фиксированного положения, ед.

Выражение m' можно записать в виде:

$$\Delta m' = m - m_0 \quad (13)$$

где m – текущее положение штока клапана, ед;

Задавшись некоторыми фиксированными значениями давления пара после регулировочного клапана P_1 и P_2 при положениях штока m_1 и m_2 , получим выражения:

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad (14)$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 \quad (15)$$

где ΔP – текущее изменение давления пара после регулировочного клапана, МПа;

Δm – изменение положения штока клапана, ед.

Расход пара принимает значения $G_{\pi 1}$ и $G_{\pi 2}$ соответственно. Тогда изменение расхода будет соответственно:

$$\Delta G = G_{\pi 1} - G_{\pi 2} \quad (16)$$

где ΔG – изменение расхода пара, кг/мин.

Учитывая выражения (12), (13), (14) и (16) получим выражение:

$$\Delta P = 2 \frac{1}{\rho_{\pi}} \left(\frac{G_{\pi 1}}{c} \right)^2 \frac{1}{m_0^3} \Delta m + 4 \frac{1}{\rho_{\pi}} \frac{G_{\pi 1}}{c^2} \frac{1}{m_0^3} \Delta G m_2 + 2 \frac{1}{\rho_{\pi}} \frac{1}{c} \frac{1}{m_0^3} \Delta G^2 m_2 \quad (17)$$

Из уравнения (17) следует, что изменение давления пара после регулировочного клапана зависит не только от изменения положения штока, но и от изменения расхода пара и положения первоначального штока клапана и первоначального расхода пара.

Изменение температуры, рабочей поверхности плит секций сушильного стола зависит от изменения не только положения штока, но и от изменения температуры пара в плитах сушильного стола и перепада давления на регулировочном клапане, однако если предположить, что расход пара изменяется мало, то можно уравнение (17) записать в виде:

$$\Delta P = k_p \Delta m \quad (18)$$

где k_p – передаточный коэффициент, МПа.

Разлагая правую часть уравнения (8) в ряд Тейлора по переменным P и m , и учитывая, что температура пара θ_{π} является функцией его давления, можно записать линеаризованное выражение, откидывая все члены ряда выше первого порядка малости:

$$\theta_{\pi} = \theta_{\pi}(P_0) + \theta'_{\pi}(P_0) \Delta P' - C \sqrt{\rho_{\pi}(P_c - P_0)} \frac{i - c_{\pi} \theta_{\pi}}{k_p F} \Delta m' + C \frac{\sqrt{P_{\pi} m_0}}{2 \sqrt{P_c - P_0}} \frac{i - c_{\pi} \theta_{\pi}}{k_p F} \Delta P' \quad (19)$$

где $\theta'_{\pi}(P_0)$ – значение первой производной функциональной зависимости $\theta_{\pi}(P_0)$ при значении давления пара в плитах (греющего пара) равном P_0 , °С/МПа;

P_0 – некоторое фиксированное значение давления греющего пара в плитах, Мпа;

$\Delta m'$ – отклонение положения штока регулировочного клапана от некоторого фиксированного значения m_0 , ед;

$\Delta P'$ – отклонение значения давления греющего пара в плитах от некоторого значения P_c , Мпа.

Задавшись значениями пара P_1 и P_2 при значениях m_1 и m_2 , а также отклонениями давления и положения штока, выраженных через формулы:

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad (20)$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 \quad (21)$$

И подставив их в уравнение (19) получается:

$$\Theta_{ст} = \Theta_{п}(P_0)\Delta P - C\sqrt{\rho_{п}(P_c - P_0)} \frac{\dot{i} - C_k\Theta_k}{kF} \Delta m + C \frac{\sqrt{\rho_{п}m_0}}{2\sqrt{P_c - P_0}} \frac{\dot{i} - C_k\Theta_k}{kF} \Delta P \quad (22)$$

где $\Theta_{ст}$ – изменение температуры греющих поверхностей плит секций сушильного стола, °С;

Уравнение (22) выведено в предположении, что плотность пара $\rho_{п}$ в питающем паропроводе, энтальпия \dot{i} греющего пара, теплоемкость C_k и температура Θ_k конденсата и давление пара в питающем паропроводе P_c имеют постоянные значения.

Подставив в уравнение (22) выражение (18) и вынеся переменную Δm за скобки, получим выражение:

$$\Delta \Theta_{ст} = k_{св} \Delta m \quad (23)$$

где $k_{св}$ – передаточный коэффициент, Мпа;

Передаточный коэффициент $k_{св}$ зависит от расхода пара, изменения расхода пара, первоначального положения регулирующего органа, давления греющего пара в плитах секций сушильного стола, изменения давления греющего пара в плитах. Постоянным $k_{св}$ становится только при нахождении системы по каналу «положение рабочего органа – температура сушильных плит» в установившемся состоянии. Уравнение (23) устанавливает связь между положением регулирующего органа и температурой рабочей поверхности сушильных плит регулируемой секции (контрольной плиты), то есть описывает регулирующий канал.

Для определения канала возмущения, за переменную, кроме давления греющего пара после регулировочного клапана P и положения штока регулировочного клапана m , принимается еще и давление пара в питающем паропроводе P_c .

Раскладывая левую часть уравнения (10) в ряд Тейлора по этим переменным, учитывая, что температура пара $\theta_{\text{п}}$ является функцией его давления и линеаризуя это выражение, откладывая все члены ряда выше первого порядка малости получается уравнение:

$$\theta_{\text{ст}} = \theta_{\text{п}}(P_0) - \theta'_{\text{п}}(P_0)\Delta P' - C\sqrt{\rho_{\text{п}}(P_{\text{с0}}-P_0)} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta m' + C\frac{\sqrt{\rho_{\text{п}}m_0}}{2\sqrt{P_{\text{с0}}-P_0}} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta P' + C\frac{\sqrt{\rho_{\text{п}}m_0}}{2\sqrt{P_{\text{с0}}-P_0}} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta P'_{\text{с}} \quad (24)$$

где $\Delta P'_{\text{с}}$ – отклонение давления пара в паропроводе от номинального значения $P_{\text{с}}$, Мпа.

Положив, что в моменты времени, когда шток регулировочного клапана принимает значения m_1 и m_2 , давление в питающем паропроводе принимает значение $P_{\text{с1}}$ и $P_{\text{с2}}$, не равные между собой, дополнительно получается изменение давления пара в питающем паропроводе:

$$\Delta P_{\text{с}} = P_{\text{с1}} - P_{\text{с2}} \quad (25)$$

где $\Delta P_{\text{с}}$ – изменение давления пара в питающем паропроводе, Мпа.

По аналогии с уравнением (22), подставив (20), (21) и (25) в уравнение (24) получается:

$$\Delta\theta_{\text{ст}} = \theta'_{\text{п}}(P_0)\Delta P - C\sqrt{\rho_{\text{п}}(P_{\text{с0}}-P_0)} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta m + C\frac{\sqrt{\rho_{\text{п}}m_0}}{2\sqrt{P_{\text{с0}}-P_0}} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta P + C\frac{\sqrt{\rho_{\text{п}}m_0}}{2\sqrt{P_{\text{с0}}-P_0}} \frac{i'-C_{\text{к}}\theta_{\text{к}}}{k_{\text{F}}}\Delta P_{\text{с}} \quad (26)$$

где $\Delta\theta_{\text{ст}}$ – изменение температуры греющих поверхностей плит секций сушильного стола, °С.

Подставив в уравнение (26) выражение (18) получим выражение:

$$\Delta\theta_{\text{ст}} = k_{\theta}\Delta m + k_{P_{\text{с}}}\Delta P_{\text{с}} \quad (27)$$

где k_{θ} – передаточный коэффициент регулирующего канала – положение рабочего органа (шток регулировочного клапана) – температура контрольной плиты секции сушильного стола, °С;

k_{P_2} – передаточный коэффициент канала возмущения – давление пара в питающем паропроводе – температура контрольной плиты секции сушильного стола, °С/Мпа.

Коэффициенты k_{P_1} и k_{P_2} являются постоянными только при установившихся процессах в каналах управления и возмущения.

Уравнение (1) преобразуется к виду:

$$W_{\text{ВЫХ}} = W_{\text{ВХ}} - k_{W1} \theta_1 - k_{W2} \theta_2 - k_{W3} \theta_3 + k_u U \quad (28)$$

где k_{W1} – передаточный коэффициент канала «температура греющих плит – количество выпариваемой влаги на 1м² гофрокартона – первой секции сушильного стола», кг/(м²К);

k_{W2} – передаточный коэффициент канала «температура греющих плит – количество выпариваемой влаги на 1м² гофрокартона – второй секции сушильного стола», кг/(м²К);

k_{W3} – передаточный коэффициент канала «температура греющих плит – количество выпариваемой влаги на 1м² гофрокартона – третьей и четвертой секции сушильного стола», кг/(м²К);

k_u – передаточный коэффициент канала «относительная скорость сушильного стола – количество влаги на 1м² гофрокартона, поступающей в сушильный стол», кг/м².

Изменения параметров определяются формулами:

$$\Delta W_{\text{ВХ}} = W_{\text{ВХ1}} - W_{\text{ВХ2}} \quad (29)$$

$$\Delta \theta_1 = \theta_{11} - \theta_{12} \quad (30)$$

$$\Delta \theta_2 = \theta_{21} - \theta_{22} \quad (31)$$

$$\Delta \theta_3 = \theta_{31} - \theta_{32} \quad (32)$$

Подставляя выражения (29) - (32) в уравнение (28) получим:

$$\Delta W_{\text{ВЫХ}} = \Delta W_{\text{ВХ}} - k_{W1} \Delta \theta_1 - k_{W2} \Delta \theta_2 - k_{W3} \Delta \theta_3 + k_u U \quad (33)$$

где $\Delta W_{\text{вых}}$ – изменение количества влаги на 1 м^2 гофрокартона на выходе сушильного стола, $\text{кг}/\text{м}^2$.

Вводя передаточный коэффициент $k_{w\text{вых}}$, связывающий количество влаги на 1 м^2 гофрокартона, поступающее в сушильный стол с гофрокартоном, с количеством влаги на 1 м^2 гофрокартона на выходе из сушильного стола, уравнение (33) принимает вид:

$$\Delta W_{\text{вых}} = k_{w\text{вых}} \Delta W_{\text{вх}} - k_{w1} \Delta \theta_1 - k_{w2} \Delta \theta_2 - k_{w3} \Delta \theta_3 + k_u U \quad (34)$$

Коэффициенты $k_{w\text{вых}}, k_{w1}, k_{w2}, k_{w3}$ и k_{wu} постоянны только при установившемся технологическом процессе сушки гофрокартона.

На основании уравнения (27) получим выражения, определяющие изменения температур контрольных плит секций сушильного стола:

$$\Delta \theta_1 = k_{\theta_1} \Delta m_1 + k_{p_{c1}} \Delta P_c \quad (35)$$

$$\Delta \theta_2 = k_{\theta_2} \Delta m_2 + k_{p_{c2}} \Delta P_c \quad (36)$$

$$\Delta \theta_3 = k_{\theta_3} \Delta m_3 + k_{p_{c3}} \Delta P_c \quad (37)$$

где ΔQ_1 – изменение температуры контрольной плиты первой секции сушильного стола, $^{\circ}\text{C}$;

k_{θ_1} – передаточный коэффициент управляющего канала «положение штока регулирующего клапана I – температура контрольной плиты первой секции сушильного стола», $^{\circ}\text{C}$;

$k_{p_{c1}}$ – передаточный коэффициент канала возмущения «давление пара в питающем паропроводе – температура контрольной плиты первой секции сушильного стола», $^{\circ}\text{C}/\text{МПа}$;

$\Delta \theta_2$ – изменение температуры контрольной плиты второй секции сушильного стола, $^{\circ}\text{C}$;

k_{θ_2} – передаточный коэффициент управляющего канала «положение штока регулирующего клапана II – температура контрольной плиты второй секции сушильного стола», $^{\circ}\text{C}$;

$k_{p_{с2}}$ – передаточный коэффициент канала возмущения «давление пара в питающем паропроводе – температура контрольной плиты второй секции сушильного стола», °С/МПа;

$\Delta\theta_3$ – изменение температуры контрольной плиты третьей (четвертой) секции сушильного стола, °С;

k_{θ_3} – передаточный коэффициент управляющего канала «положение штока регулирующего клапана III – температура контрольной плиты третьей секции сушильного стола», °С;

$k_{p_{с3}}$ – передаточный коэффициент канала возмущения «давление пара в питающем паропроводе – температура контрольной плиты третьей секции сушильного стола», °С/МПа;

Δm_1 – изменение положения штока регулирующего клапана I;

Δm_2 – изменение положения штока регулирующего клапана II;

Δm_3 – изменение положения штока регулирующего клапана III;

ΔP_c – изменение давления пара в питающем паропроводе, Мпа.

Уравнения (34), (35), (36), (37) представляют собой математическую модель технологического процесса сушки гофрокартона.

Литература

1. Пиотровский Д.Л., Кротов В.Г. Моделирование процесса сушки гофрокартона в первой секции сушильного стола// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2012. № 77. С. 84-93.
2. Пиотровский Д.Л., Кротов В.Г. Математическая модель статики процесса сушки гофрокартона //Научные труды SWorld. 2010. Т. 3. № 2. С. 92-93.

References

1. Piotrovskij D.L., Krotov V.G. Modelirovanie processa sushki gofrokartona v pervoj sekcii sushil'nogo stola// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2012. № 77. S. 84-93.
2. Piotrovskij D.L., Krotov V.G. Matematicheskaja model' statiki processa sushki gofrokartona //Nauchnye trudy SWorld. 2010. T. 3. № 2. S. 92-93.