

УДК 514.84+517.9

UDC 514.84+517.9

01.00.00 Физико-математические науки

Physics and mathematics

**УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ЯНГА-МИЛЛСА В  
МЕТРИКЕ УСКОРЕННЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ  
СИСТЕМ ОТСЧЕТА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ****MAXWELL'S EQUATIONS AND YANG-MILLS  
THEORY IN THE METRIC OF  
ACCELERATING AND ROTATING  
REFERENCE SYSTEMS IN GENERAL  
RELATIVITY**

Трунев Александр Петрович

Alexander Trunev

к.ф.-м.н., Ph.D., директор

Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D., C.E.O.

Scopus Author ID: 6603801161

Scopus Author ID: 6603801161

SPIN-код автора: 4945-6530

*A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada**A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

Построена метрика, описывающая ускоренные и вращающиеся системы отсчета в общей теории относительности в случае произвольной зависимости ускорения и угловой скорости системы от времени. Установлено, что тензор кривизны в таких метриках равен нулю, что соответствует движению в плоских пространствах. Показано, что движение пробных тел в метрике ускоренной и вращающейся системы отсчета в общей теории относительности осуществляется подобно классическому движению в неинерциальной системе отсчета. Уравнения Максвелла и Янга-Миллса преобразованы к подвижным осям в метрике, описывающей ускоренные и вращающиеся системы отсчета в общей теории относительности в случае произвольной зависимости ускорения и угловой скорости системы от времени. Обсуждаются известные эффекты, связанные с ускорением и (или) вращением системы отсчета – эффект Саньяка, эффект Стюарта-Толмена и другие аналогичные эффекты. Построены численные модели распространения волн в неинерциальных системах отсчета в случае зависимости потенциала от одного, двух и трех пространственных измерений. В численных экспериментах показано, что ускорение системы отсчета приводит к эффектам запаздывания и опережения волн, а также к нарушению симметрии волнового фронта, что свидетельствует о локальном изменении скорости сигнала

Metric describing the accelerated and rotating reference system in general relativity in the case of an arbitrary dependence of acceleration and angular velocity on time has been proposed. It is established that the curvature tensor in such metrics is zero, which corresponds to movement in the flat spaces. It is shown that the motion of test bodies in the metric accelerated and rotating reference system in general relativity is similarly to the classical motion in non-inertial reference frame. Maxwell's equations and Yang-Mills theory are converted to the moving axes in metric describes the acceleration and rotating reference frame in the general relativity in the case of an arbitrary dependence of acceleration and angular velocity of the system from time. The article discusses the known effects associated with acceleration and (or) the rotation of the reference frame - the Sagnac effect, the effect of the Stewart-Tolman and other similar effects. The numerical model of wave propagation in non-inertial reference frames in the case when potential depending of one, two and three spatial dimensions has been developed. It has been shown in numerical experiment that the acceleration of the reference system leads to retardation effects, as well as to a violation of the symmetry of the wave front, indicating that there is local change of wave speed

Ключевые слова: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ  
СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА, ТЕОРЕМА КОРИОЛИСА,  
ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ, ТЕОРИЯ  
ПОТЕНЦИАЛА, ТЕОРИЯ ЯНГА-МИЛЛСА,  
УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Keywords: GENERAL RELATIVITY, NON-  
INERTIAL REFERENCE FRAME, CORIOLIS  
THEOREM, VELOCITY-ADDITION THEOREM,  
MAXWELL'S EQUATIONS, POTENTIAL THEORY,  
YANG-MILLS THEORY

## Введение

В классической электродинамике Максвелла [1] большую роль сыграли преобразования Лоренца [2-12], которые описывают переход из одной инерциальной системы отсчета в другую. Однако в практических приложениях не менее важную роль играют общие преобразование уравнений Максвелла к подвижным осям, которые впервые были рассмотрены в трактате [1] с использованием преобразований координат и скорости, справедливых в классической механике [13-15].

В этой связи заметим, что в общей теории относительности преобразование уравнений Максвелла к подвижным осям сводится к нахождению соответствующей метрики [6-7]. Вопрос об ускоренных или вращающихся системах отсчета в общей теории относительности рассматривался в работах [3-12, 16-22] и других.

Как известно, разделение систем отсчета на инерциальные, ускоренные, вращающиеся и на ускоренные и вращающиеся принято в классической механике, в которой такое разделение позволяет описать сложное движение материальной точки в неинерциальных системах отсчета [13-15]. Ускорение в двух системах отсчета, одна из которых является неподвижной, а другая движется относительно первой с произвольной скоростью, связаны между собой, в силу теоремы Кориолиса, уравнением [13]

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_\tau + 2\mathbf{a}_c \quad (1)$$

Вектор в левой части уравнения (1) называется абсолютным ускорением, первое слагаемое в правой части называется относительным ускорением, второе слагаемое – это переносное ускорение, наконец, третье слагаемое – удвоенное дополнительное (или составное центростремительное) ускорение [13]. Отметим, что иногда вектор  $2\mathbf{a}_c$  называют ускорением

Кориолиса [14], а произведение массы на ускорение Кориолиса – силой Кориолиса [15].

Поскольку выражение (1) является следствием классического правила сложения векторов скорости [13-15], можно предположить, что в общей теории относительности уравнение (1) не должно выполняться. Однако в работе [22] показано, что существует такая метрика с сигнатурой  $(+, -, -, -)$ , в которой выполняется и классическое правило сложения скоростей, и теорема Кориолиса (1).

Известно, что в неинерциальных системах отсчета наблюдаются различные электродинамические и оптические эффекты – эффект Саньяка, эффект Стюарта-Толмена и другие. В настоящей работе обсуждаются вопросы моделирования указанных эффектов в общей теории относительности в метрике ускоренных и вращающихся систем координат. На основе уравнений Максвелла развита теория электродинамических эффектов в неинерциальных системах отсчета в общей теории относительности.

### **Принцип эквивалентности и уравнения общей теории относительности**

Уравнения Эйнштейна имеют вид [4-12]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2)$$

$$R_{ik} = R_{jk}^j, \quad R = g^{ik} R_{ik},$$

$$R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} = \frac{\partial \Gamma_{\beta\delta}^{\alpha}}{\partial x^{\gamma}} - \frac{\partial \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}}{\partial x^{\delta}} + \Gamma_{\beta\delta}^{\mu} \Gamma_{\mu\gamma}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^{\mu} \Gamma_{\mu\delta}^{\alpha},$$

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{is} \left( \frac{\partial g_{sj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^s} \right)$$

$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$  – тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса;  $\Lambda, G, c$  – космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная

постоянная и скорость света соответственно;  $R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha}$  - тензор Римана,  $\Gamma_{kl}^i$  – символы Кристоффеля второго рода.

Как известно, принцип эквивалентности, положенный в основу общей теории относительности, гласит, что «инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что симметричный «фундаментальный тензор» ( $g_{ik}$ ) определяет метрические свойства пространства, движение тел по инерции в нем, а также и действие гравитации» - [4], с. 613.

Однако принцип эквивалентности, видимо, имеет и более широкое применение, например, в квантовой механике [23-24]. Фактически этот принцип означает, что любое ускорение, обусловленное внешними силами, эквивалентно некоторому изменению метрики [16-17]. Ниже показано, что существует такая метрика, в которой движение пробных частиц точно соответствует классическому движению в неинерциальной системе координат.

Уравнения движения материальной точки в гравитационном поле можно представить в форме [4-12]

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} \frac{dx^{\nu}}{ds} \frac{dx^{\lambda}}{ds} = 0 \quad (3)$$

Ниже мы положили для упрощения  $c = 1$ . Рассмотрим метрику, связанную с движением материальной точки с заданной скоростью  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ , имеем

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2 \quad (4)$$

Вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности в метрике (4), получим

$$\Gamma_{11}^2 = -\frac{du_1}{dt}, \quad \Gamma_{11}^3 = -\frac{du_2}{dt}, \quad \Gamma_{11}^4 = -\frac{du_3}{dt} \quad (5)$$

Уравнения (3) удовлетворяется тождественно, если мы положим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \quad (6)$$

$$\mathbf{r} = (x, y, z)$$

Метрика (4) описывает классическое движение с ускорением. Уравнение (2) для пустого пространства и при равной нулю космологической константе также удовлетворяется, поскольку  $R_{ik} = 0$  в метрике (4). Более того тензор Римана  $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha = 0$ . Следовательно, движение с ускорением не изменяет кривизну пространства и не требует для своего поддержания материи, если ускорение является только функцией времени.

### Ускоренные и вращающиеся системы отсчета

Рассмотрим метрику вида (4), в которой положим [22]

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t) + [\mathbf{k}(t) \times \mathbf{r}] \quad (7)$$

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2$$

Здесь  $\mathbf{v}(t) = (v_1, v_2, v_3)$ ,  $\mathbf{k}(t) = (k_1, k_2, k_3)$ ,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  - трехмерные векторы, для которых справедлива операция векторного умножения.

Покажем, что метрика (7) описывает движение в ускоренных и вращающихся системах координат. Действительно, вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности и тензор кривизны в метрике (7), получим

$$\Gamma_{11}^2 = -\frac{d v_1}{dt} - x(k_2^2 + k_3^2) + k_1(yk_2 + zk_3) - k_3 v_2 + k_2 v_3 - z \frac{dk_2}{dt} + y \frac{dk_3}{dt},$$

$$\Gamma_{31}^2 = k_3, \Gamma_{41}^2 = -k_2,$$

$$\Gamma_{11}^3 = -\frac{d v_2}{dt} - y(k_1^2 + k_3^2) + k_2(xk_1 + zk_3) - k_1 v_3 + k_3 v_1 + z \frac{dk_1}{dt} - x \frac{dk_3}{dt}, \quad (8)$$

$$\Gamma_{21}^3 = -k_3, \Gamma_{41}^3 = k_1,$$

$$\Gamma_{11}^4 = -\frac{d v_3}{dt} - z(k_1^2 + k_2^2) + k_3(yk_2 + xk_1) - k_2 v_1 + k_1 v_2 - y \frac{dk_1}{dt} + x \frac{dk_2}{dt},$$

$$\Gamma_{21}^4 = k_2, \Gamma_{31}^4 = -k_1.$$

Подставляя выражения (8) в уравнения (3) и производя несложные преобразования, находим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} + [\mathbf{k} \times \mathbf{v}] + [\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{k}}] + 2[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{k}] - [\mathbf{k} \times [\mathbf{r} \times \mathbf{k}]] = 0 \quad (9)$$

Здесь  $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r} / dt$ ,  $\dot{\mathbf{k}} = d\mathbf{k} / dt$  - трехмерные векторы, описывающие скорость изменения величин по отношению к подвижным осям выбранной системы координат. Выражение (9) можно сравнить с классической формулой движения материальной частицы в неинерциальной системе отсчета [13-15]. Так, например, в [15] это движение описывается уравнением (39.7), имеем

$$m \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \tilde{\mathbf{r}}} - m\mathbf{W} + m[\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2m[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + m[\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (10)$$

Здесь  $m, U$  – масса частицы и потенциал внешнего поля соответственно. Выражение (10) получено путем преобразования функции Лагранжа в два этапа, на первом из которых осуществляется переход из инерциальной системы в ускоренную систему, движущуюся со скоростью  $\mathbf{V}(t)$  и с ускорением  $\mathbf{W}$ , а на втором - в систему координат, вращающуюся с угловой скоростью  $\boldsymbol{\Omega}$ .

Отметим, что при преобразовании к подвижным осям ускорение также преобразуется [13-15], что не принято во внимание при выводе уравнения (10), поэтому следует положить в правой части (10)

$$\mathbf{W} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}]$$

Опуская в уравнении (10) градиент потенциала внешнего поля и полагая  $m = 1$ , имеем

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d\mathbf{V}}{dt} - [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}] + [\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + [\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (11)$$

Сравнивая (10) и (11) находим, что для согласования этих уравнений достаточно будет определить систему координат так, чтобы выполнялись уравнения

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}} &= -\mathbf{r}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = -\dot{\mathbf{r}}, \quad \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}; \\ \tilde{\boldsymbol{\Omega}} &= -\mathbf{k}, \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}} = -\dot{\mathbf{k}}\end{aligned}\tag{12}$$

Отображение (12), очевидно, описывает преобразование системы координат, связанное с выбором ориентации осей. Таким образом, мы доказали, что классическое движение в неинерциальной системе координат описывается в общей теории относительности в метрике (7).

Полученный выше результат об эквивалентности описания движения в неинерциальных системах отсчета в классической механике и в общей теории относительности позволяет моделировать любые силы механической природы, включая силы электродинамического происхождения и само электромагнитное поле как механическую систему [1]. Это также означает, что классическая механика является точной, а не приближенной моделью в общей теории относительности [22].

Наконец, заметим, что уравнение (2) для пустого пространства и при равной нулю космологической константе удовлетворяется автоматически, поскольку  $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = 0$  в метрике (7).

### **Уравнения Максвелла в неинерциальных системах отсчета**

Максвелл [1] рассмотрел вопрос об изменении электродвижущей интенсивности в случае неинерциальной системы координат, скорость которой изменяется по закону (7). Максвелл пришел к выводу, что в случае замкнутых токов переход в неинерциальную систему координат не должен сказываться на электродинамических явлениях. С другой стороны, известно,

например, что в неинерциальной системе координат наблюдается эффект возбуждения тока ускорением [25]

Среди оптических явлений в неинерциальных системах координат отметим опыт Саньяка [26], в котором наблюдается сдвиг полос в интерферометре, обусловленный вращением системы отсчета, и аналогичный ему эффект изменения пятна дифракции Френеля при периодическом изменении ускорения в системе маятника [27].

Для моделирования перечисленных явлений рассмотрим уравнения Максвелла в метрике (7). Для этого используем стандартное представление уравнений электродинамики при наличии гравитационного поля [6-7]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \mathbf{E} / \sqrt{h} + [\mathbf{H}\mathbf{g}], & \mathbf{B} &= \mathbf{H} / \sqrt{h} + [\mathbf{g}\mathbf{E}] \\
 \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \mathbf{B}, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho \\
 \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \mathbf{D} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\
 \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \rho &+ \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь использованы стандартные обозначения для векторов напряженности электрического и магнитного поля, для электрической и магнитной индукции, плотности электрического заряда и тока. Метрический тензор, скаляр  $h = g_{00}$ , вектор  $g_{\alpha} = g_{0\alpha}$  и трехмерный тензор  $\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + hg_{\alpha}g_{\beta}$ , определитель которого фигурирует в системе уравнений (13), имеют вид:



$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1-u^2 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & -1 & 0 & 0 \\ u_2 & 0 & -1 & 0 \\ u_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & u_1^2-1 & u_1u_2 & u_1u_3 \\ u_2 & u_1u_2 & u_2^2-1 & u_2u_3 \\ u_3 & u_1u_3 & u_2u_3 & u_3^2-1 \end{pmatrix}$$

$$h = 1-u^2, \mathbf{g} = -\frac{\mathbf{u}}{1-u^2}, \gamma_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1+\frac{u_1^2}{1-u^2} & \frac{u_1u_2}{1-u^2} & \frac{u_1u_3}{1-u^2} \\ \frac{u_1u_2}{1-u^2} & 1+\frac{u_2^2}{1-u^2} & \frac{u_2u_3}{1-u^2} \\ \frac{u_1u_3}{1-u^2} & \frac{u_2u_3}{1-u^2} & 1+\frac{u_3^2}{1-u^2} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Здесь мы положили для упрощения  $c=1$ . Вычисляя определитель метрического тензора и трехмерного тензора в метрике (7), находим, что  $g = -1, \gamma = 1/(1-u^2)$ . Приведем для сравнения систему уравнений Максвелла в тензорном виде [6-7]

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}, \frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} F^{ik})}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i, \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} j^i)}{\partial x^i} = 0 \quad (15)$$

Наконец, волновое уравнение, описывающее скалярный потенциал в произвольной метрике имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Psi \right) = 0 \quad (16)$$

Используя выражение метрического тензора (14), находим уравнение потенциала в неинерциальной системе координат в метрике (7)

$$\Psi_{tt} - (1-u_1^2)\Psi_{xx} - (1-u_2^2)\Psi_{yy} - (1-u_3^2)\Psi_{zz} + 2u_1\Psi_{tx} + 2u_2\Psi_{ty} + 2u_3\Psi_{tz} +$$

$$+ 2u_1u_2\Psi_{xy} + 2u_1u_3\Psi_{xz} + 2u_2u_3\Psi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2 \partial_y u_1 + u_3 \partial_z u_1)\Psi_x +$$

$$(\partial_t u_2 + u_1 \partial_x u_2 + u_3 \partial_z u_2)\Psi_y + (\partial_t u_3 + u_1 \partial_x u_3 + u_2 \partial_y u_3)\Psi_z = 0 \quad (17)$$

Компоненты скорости и ускорения вычисляются согласно первому уравнению (7) в виде

$$\begin{aligned}
 u_1 &= v_1(t) - k_3(t)y + k_2(t)z, & \partial_t u_1 &= \dot{v}_1 - \dot{k}_3 y + \dot{k}_2 z, & \partial_y u_1 &= -k_3, & \partial_z u_1 &= k_2, \\
 u_2 &= v_2(t) + k_3(t)x - k_1(t)z, & \partial_t u_2 &= \dot{v}_2 + \dot{k}_3 x - \dot{k}_1 z, & \partial_x u_2 &= k_3, & \partial_z u_2 &= -k_1, \\
 u_3 &= v_3(t) - k_2(t)x + k_1(t)y, & \partial_t u_3 &= \dot{v}_3 - \dot{k}_2 x + \dot{k}_1 y, & \partial_x u_3 &= -k_2, & \partial_y u_3 &= k_1.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Уравнение (17) описывает многочисленные электродинамические и оптические эффекты, которые, можно наблюдать в неинерциальных системах отсчета. Часть этих эффектов зависит линейно от скорости и ускорения, чем объясняется, например, дипольное излучение системы зарядов, эффект Стюарта-Толмена [25], эффект Саньяка [26-27] и абберация света звезд [28]. Другие эффекты зависят от квадрата скорости, но попытки зарегистрировать эти эффекты в известном эксперименте Майкельсона-Морли [29] не увенчались успехом.

Отметим существенное отличие скалярного волнового уравнения (17) от уравнений Максвелла в трехмерной форме (13). Уравнение (17) содержит слагаемые, линейные относительно ускорения системы, тогда как уравнения Максвелла не содержат аналогичных слагаемых. Действительно, слагаемое пропорциональное ускорению возникает в уравнениях (13) при дифференцировании по времени определителя  $\gamma = 1/(1-u^2)$ , но его производная, как это легко можно видеть, пропорциональна  $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_t)$ .

Следовательно, уравнения Максвелла описывают эффекты, обусловленные ускорением, как эффекты второго порядка, тогда как волновое уравнение описывает аналогичные эффекты как эффекты первого порядка. Отметим, что излучение электромагнитных волн и эффект Стюарта-Толмена являются эффектами первого порядка относительно ускорения системы.

Второе отличие заключается в том, что волновое уравнение (17) содержит слагаемые, пропорциональные градиенту скорости, тогда как уравнения Максвелла вообще не содержат подобных слагаемых. Отметим,

что эти слагаемые описывают эффекты излучения при вращении системы, например, циклотронное излучение.

Третье отличие заключается в том, что волновое уравнение (17) не содержит особенности при переходе через скорость света, тогда как уравнения (13) теряют свой смысл при условии, что  $u \rightarrow 1$ , поскольку в этом случае  $h \rightarrow 0$ . С другой стороны, уравнения Максвелла в ковариантной форме (15) не содержат особенности при переходе через скорость света.

Наконец, заметим, что теория излучения в классической электродинамике строится на основе запаздывающих потенциалов, а не на основе уравнений (13). Действительно, запаздывающие потенциалы позволяют связать излучение с движением зарядов в системе, что равносильно переходу в неинерциальную систему отсчета и к волновому уравнению типа (17).

### **Моделирование распространения волн в ускоренных и вращающихся системах отсчета**

Вопросы моделирования плоских и цилиндрических волн в ускоренных и вращающихся системах отсчета были рассмотрены в работе [22]. Было установлено, что скорость распространения волнового фронта может изменяться в широких пределах в зависимости от ускорения системы. При некоторых условиях возможным является эффект остановки и разворота волнового фронта. Этот эффект объясняется тем, что в метрике (7) выполняется классическое правило сложения скоростей.

В случае трех пространственных измерений задача о распаде начального состояния для уравнения (17) формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \Psi(0, x, y, z) &= \exp(-x^2 - y^2 - z^2), \quad \Psi_t(0, x, y, z) = 0, \\
 \Psi(t, -L, y, z) &= \Psi(t, L, y, z), \quad \Psi(t, x, -L, z) = \Psi(t, x, L, z), \\
 \Psi(t, x, y, -L) &= \Psi(t, x, y, L), \\
 u_1(t, y, z) &= g_1 t - y g_6 t + z g_5 t, \quad u_2(t, x, z) = g_2 + x g_6 t - z g_4 t, \\
 u_3(t, x, y) &= g_3 - x g_5 t + y g_4 t,
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

На рис. 1-3 представлены данные численного моделирования распада начального состояния в нейтральной системе по уравнениям (17)-(19). Ускорение системы в численной модели (19) описывается шестимерным вектором параметров  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ , величина которого нанесена на рис. 1-3. Из анализа данных, представленных на рис. 1-3 следует, что скорость волнового фронта при распаде начального состояния может изменяться в широких пределах в зависимости от ускорения системы.

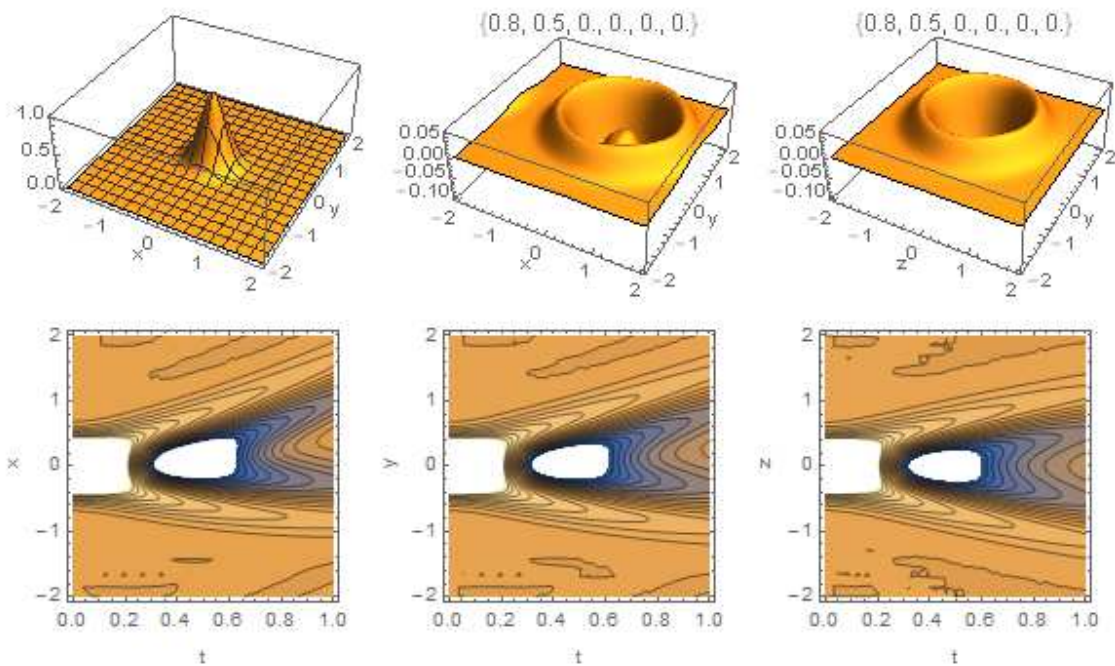


Рис. 1. Распад начального состояния в трехмерной системе, движущейся с ускорением: вектор параметров ускорения  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$  показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках.

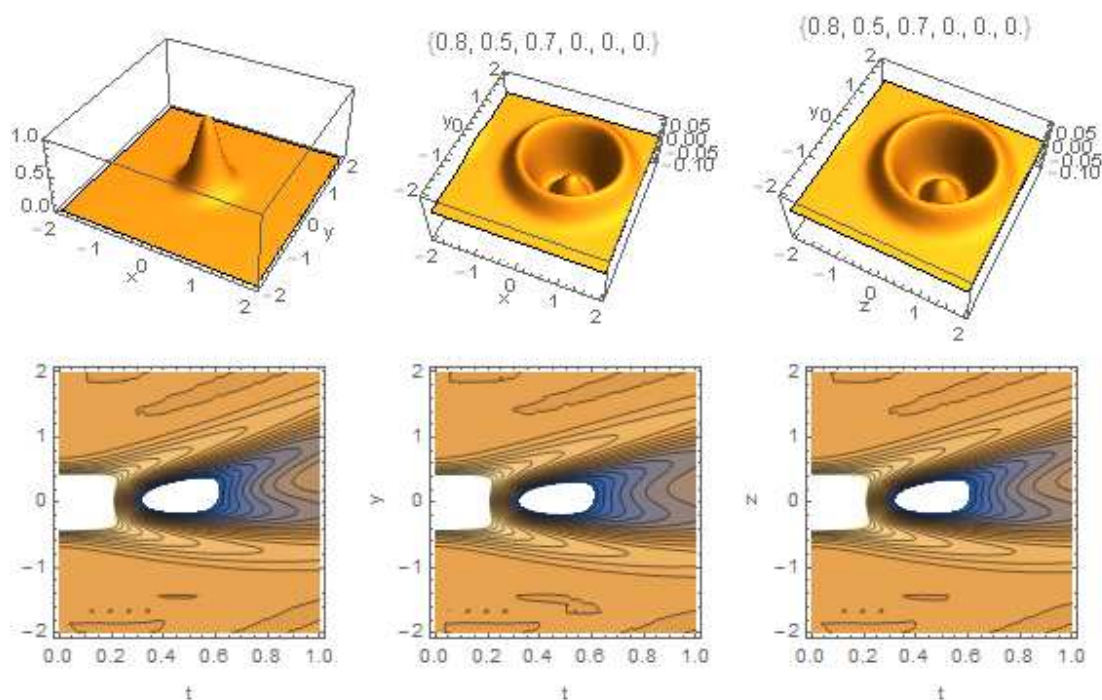


Рис. 2. Распад начального состояния в трехмерной системе, движущейся с ускорением: вектор параметров ускорения  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$  показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках

Полученные результаты о скорости распространении волнового фронта в метрике ускоренных и вращающихся систем показывают, что геометрия плоского пространства Минковского, автоморфизмы которой составляют группу Лоренца [10] не является единственно возможной для физических приложений. Другая возможная геометрия – это риманова геометрия общей теории относительности [4-12]. В этом случае существует метрика (7), описывающая геометрию пространства-времени в ускоренных и вращающихся системах отсчета. В метрике (7) выполняется классическое правило сложения скоростей и теорема Кориолиса (1), справедливая в классической механике [13-15].

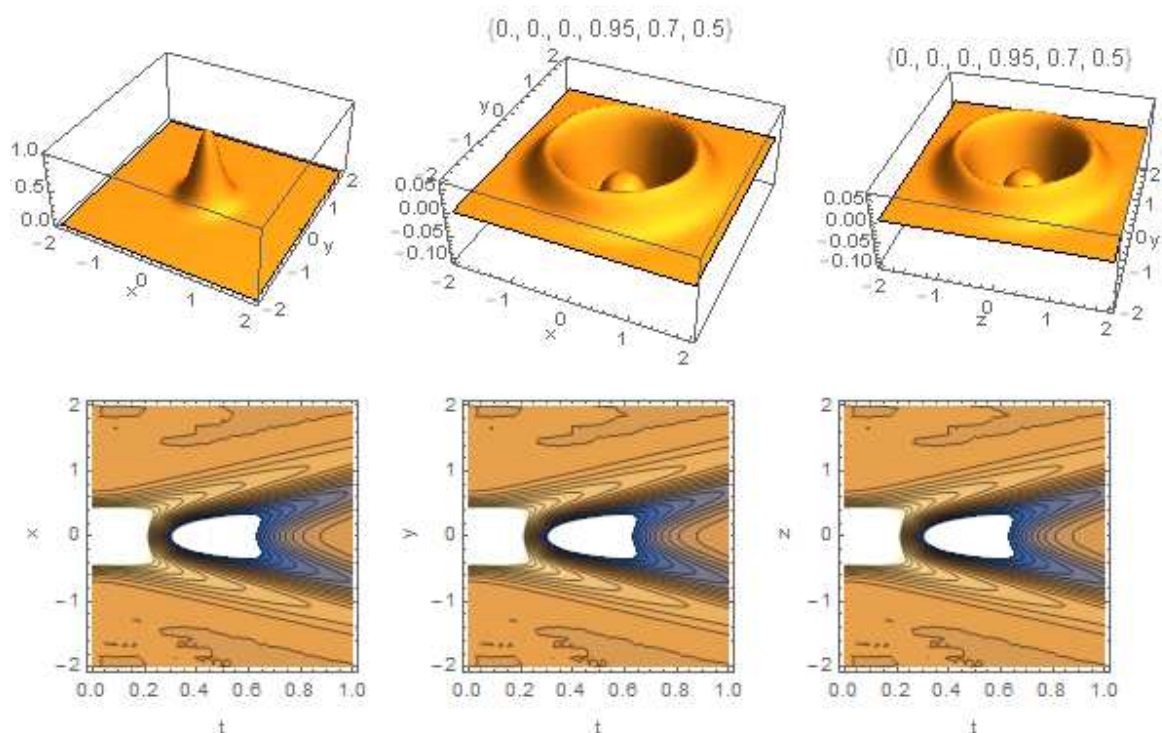


Рис. 3. Распад начального состояния в трехмерной системе, вращающейся с ускорением: вектор параметров ускорения  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$  показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках

Отметим, что при формулировке специальной теории относительности Эйнштейн [3-4] опиралась не на эксперимент Майкельсона-Морли [29] и не на гипотезу Фитцджеральда и Лоренца о сокращении продольных размеров [30-31], а на принцип относительности и гипотезу о постоянстве скорости света в инерциальных системах отсчета. Как известно, эти два принципа широко используются в современной квантовой теории и в физике элементарных частиц [32-35].

### Уравнения Янга-Миллса в неинерциальных системах отсчета

Преобразование уравнений Янга-Миллса к подвижным осям осуществляется по стандартной схеме [33-35]. Рассмотрим динамическую систему, включающую метрический тензор  $g_{\mu\nu}$ , поле Янга-Миллса  $A_{\alpha\mu}$  и поле  $\varphi$ , которое преобразуется как тензор при координатных преобразованиях и реализует матричное представление поля Янга-Миллса. Лагранжиан системы имеет вид

$$\begin{aligned} S &= S_g + S_A + S_\varphi \\ S_g &= -\int Rg^{1/2} dx - \Lambda \int g^{1/2} dx \\ S_A &= -\frac{1}{4} \int g^{1/2} F_{\alpha\mu\nu} F_\alpha^{\mu\nu} dx \\ S_\varphi &= -\frac{1}{2} \int g^{1/2} (\tilde{\varphi}_{\bullet\mu} \varphi^{\bullet\mu} + m^2 \tilde{\varphi} \varphi) dx \end{aligned} \tag{20}$$

Здесь  $\delta F_{\alpha\mu\nu} = \delta A_{\alpha\nu\bullet\mu} - \delta A_{\alpha\mu\bullet\nu}$ , точкой обозначено ковариантное дифференцирование:

$$\varphi_{\bullet\mu} = \frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu} + \Omega_\mu \varphi, \quad \Omega_\mu = G_\alpha A_\mu^\alpha + G_\sigma^\nu \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \tag{21}$$

$A_\mu^\alpha, G_\alpha$  - компоненты поля Янга-Миллса и генераторы группы соответственно. Как известно, в этом случае выполняются коммутационные соотношения

$$\varphi_{\bullet\mu\nu} - \varphi_{\bullet\nu\mu} = -(G_\alpha F_{\mu\nu}^\alpha + G_\sigma^\tau R_{\mu\nu\sigma}^\tau) \varphi \tag{22}$$

Уравнения поля, которые соответствуют каждому из действий (20) с индексом имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta S_g}{\delta g_{\mu\nu}} &= g^{1/2} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) - \frac{1}{2} \Lambda g^{1/2} g^{\mu\nu} = 0 \\ \frac{\delta S_A}{\delta A_{\alpha\mu}} &= -g^{1/2} F_\alpha^{\mu\nu} \bullet_\nu = 0 \\ \frac{\delta S_\varphi}{\delta \tilde{\varphi}} &= g^{1/2} (\varphi_{\bullet\mu}^\mu - m^2 \varphi) = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

При совместном действии гравитационного поля, поля Янга-Миллса и скалярного поля имеем

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta g_{\mu\nu}} &= g^{1/2} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) - \frac{1}{2} \Lambda g^{1/2} g^{\mu\nu} + \frac{1}{2} T^{\mu\nu} = 0 \\ \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta A_{\alpha\mu}} &= -g^{1/2} F_{\alpha}{}^{\mu\nu}{}_{;\nu} + J_{\alpha}^{\mu} = 0, \\ \frac{\delta \mathcal{S}}{\delta \tilde{\varphi}} &= g^{1/2} (\varphi_{;\mu}{}^{\mu} - m^2 \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь тензор плотности энергии-импульса и плотность тока Янга-Миллса определяются соответственно как

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= g^{1/2} \left( F_{\alpha\sigma}{}^{\mu} F_{\alpha}{}^{\nu\sigma} - \frac{1}{4} F_{\alpha\sigma\tau} F_{\alpha}{}^{\sigma\tau} \right) + g^{1/2} \tilde{\varphi}{}^{*\mu} \varphi{}^{*\nu} - \frac{1}{2} g^{1/2} g^{\mu\nu} (\tilde{\varphi}{}_{;\sigma} \varphi{}^{*\sigma} + m^2 \tilde{\varphi} \varphi), \\ J_{\alpha}^{\mu} &= g^{1/2} \tilde{\varphi} G_{\alpha}{}^{\mu} \varphi{}^{*\mu}, \\ T_{\bullet\nu}{}^{\mu\nu} &= 0, \quad J_{\alpha}{}^{\mu}{}_{;\mu} = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Последние два условия на дивергенцию плотности тока и тензора плотности энергии-импульса являются следствием динамических уравнений (24).

Рассмотрим систему (24)-(25) в метрике (7). В силу того, что в этой метрике тензор Римана тождественно равен нулю,  $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = 0$ , система уравнений (24) принимает вид

$$\begin{aligned} -\Lambda g^{1/2} g^{\mu\nu} + T^{\mu\nu} &= 0, \\ -g^{1/2} F_{\alpha}{}^{\mu\nu}{}_{;\nu} + J_{\alpha}^{\mu} &= 0, \\ \varphi_{;\mu}{}^{\mu} - m^2 \varphi &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Отсюда следует, что тензор плотности энергии импульса в системах с ускорением не может быть произвольным, а связан линейно с метрическим тензором, который зависит от ускорения системы. В силу первого уравнения (25) такая связь накладывает ограничения на поле Янга-Миллса, которое, в свою очередь, также зависит от метрического тензора, согласно второму уравнению (26).



Заметим, что теория Янга-Миллса является основной моделью слабых и сильных взаимодействий [35-36]. Таким образом, если ускорение системы может повлиять на поле Янга-Миллса, то, следовательно, ускорение влияет на ядерные процессы, например, на параметры радиоактивного распада.

**Моделирование распространения волн в глюонном конденсате в ускоренных и вращающихся системах отсчета**

Проблему моделирования атомных ядер и адронов можно упростить, рассматривая некоторые средние параметры системы. Было показано [36-37], что в случае глюонного конденсата уравнения квантовой хромодинамики сводятся к двум уравнениям. Рассмотрим скалярную модель глюонного конденсата [24, 36-39] в метрике (7), имеем

$$\begin{aligned} \phi_{\bullet\mu}^{\mu} &= -\phi[\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - \phi_{\infty}^2)] \\ \chi_{\bullet\mu}^{\mu} &= -\chi[\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - \chi_{\infty}^2)] \end{aligned} \tag{27}$$

Здесь ковариантная производная понимается в смысле уравнения (16)

$$\begin{aligned} \phi_{\bullet\mu}^{\mu} &= \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \phi \right) \\ \chi_{\bullet\mu}^{\mu} &= \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \chi \right) \end{aligned} \tag{28}$$

Используя выражение метрического тензора (14), находим уравнения скалярной модели глюонного конденсата в неинерциальной системе координат в метрике (7)

$$\begin{aligned}
 & \phi_{tt} - (1-u_1^2)\phi_{xx} - (1-u_2^2)\phi_{yy} - (1-u_3^2)\phi_{zz} + 2u_1\phi_{tx} + 2u_2\phi_{ty} + 2u_3\phi_{tz} + \\
 & + 2u_1u_2\phi_{xy} + 2u_1u_3\phi_{xz} + 2u_2u_3\phi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\phi_x + \\
 & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\phi_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\phi_z = -\phi[\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - \phi_\infty^2)] \\
 & \chi_{tt} - (1-u_1^2)\chi_{xx} - (1-u_2^2)\chi_{yy} - (1-u_3^2)\chi_{zz} + 2u_1\chi_{tx} + 2u_2\chi_{ty} + 2u_3\chi_{tz} + \\
 & + 2u_1u_2\chi_{xy} + 2u_1u_3\chi_{xz} + 2u_2u_3\chi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2\partial_y u_1 + u_3\partial_z u_1)\chi_x + \\
 & (\partial_t u_2 + u_1\partial_x u_2 + u_3\partial_z u_2)\chi_y + (\partial_t u_3 + u_1\partial_x u_3 + u_2\partial_y u_3)\chi_z = -\chi[\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - \chi_\infty^2)]
 \end{aligned} \tag{29}$$

В работах [38-39] система уравнений (27) использовалась для моделирования спектра масс адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер. Отметим, что система уравнений (27) получена при следующих допущениях [36-37]

$$(G_2)_{\mu\nu}^{ab}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2) \rangle \approx C_{\mu\nu}^{ab}\phi(x_1)\phi^*(x_2) + m_{\mu\nu}^{ab}, \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 (G_4)_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd}(x_1, x_2) &= \langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2)A_\rho^c(x_3)A_\sigma^d(x_4) \rangle \approx \\
 &\langle A_\mu^a(x_1)A_\nu^b(x_2) \rangle \langle A_\rho^c(x_3)A_\sigma^d(x_4) \rangle,
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$(G_2)_{\mu\nu}^{mn}(x_1, x_2) = \langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2) \rangle \approx C_{\mu\nu}^{mn}\chi(x_1)\chi^*(x_2) + m_{\mu\nu}^{mn}, \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 (G_4)_{\mu\nu\rho\sigma}^{mnpq}(x_1, x_2) &= \langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2)A_\rho^p(x_3)A_\sigma^q(x_4) \rangle \approx \\
 &\langle A_\mu^m(x_1)A_\nu^n(x_2) \rangle \langle A_\rho^p(x_3)A_\sigma^q(x_4) \rangle,
 \end{aligned} \tag{33}$$

Здесь  $a, b, c, d = 1, 2, 3$  - SU(2) индексы;  $m, n, p, q = 4, 5, 6, 7, 8$  - индексы дополнения;  $C_{\dots}, m_{\dots}$  - некоторые константы.

Для системы уравнений (29) поставим следующую задачу

$$\begin{aligned}
 &\phi(0, x, y, z) = 0, \quad \phi_t(0, x, y, z) = p_1 \exp[-k_1(x - x_1)^2], \\
 &\phi(t, 0, y, z) = 0, \quad \phi(t, L, y, z) = 0, \quad \phi(t, x, -L, z) = \phi(t, x, L, z), \\
 &\phi(t, x, y, -L) = \phi(t, x, y, L), \\
 &\chi(0, x, y, z) = 0, \quad \chi_t(0, x, y, z) = p_2 \exp[-k_2(x - x_2)^2], \\
 &\chi(t, 0, y, z) = 0, \quad \chi(t, L, y, z) = 0, \quad \chi(t, x, -L, z) = \chi(t, x, L, z), \\
 &\chi(t, x, y, -L) = \chi(t, x, y, L), \\
 &u_1(t, y, z) = g_1 t - y g_6 t + z g_5 t, \quad u_2(t, x, z) = g_2 + x g_6 t - z g_4 t, \\
 &u_3(t, x, y) = g_3 - x g_5 t + y g_4 t,
 \end{aligned} \tag{34}$$

Система уравнений (29) при условиях (34) интегрировалась численно с использованием стандартного алгоритма решения волновых уравнений при значениях параметров  $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = L/2, L = 8$ . Результаты численного моделирования представлены на рис. 4-5.

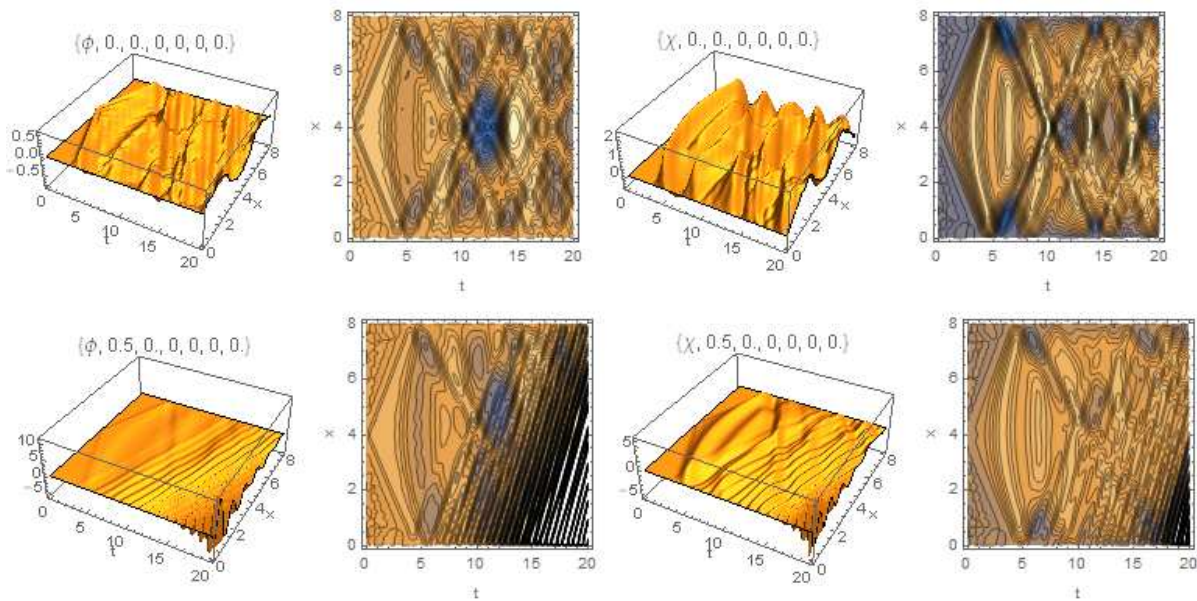


Рис. 4. Распад начального состояния в глюонном конденсате с параметрами  $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = L/2, L = 8$  в инерциальной (вверху) и ускоренной системе: вектор параметров ускорения  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$  показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках.

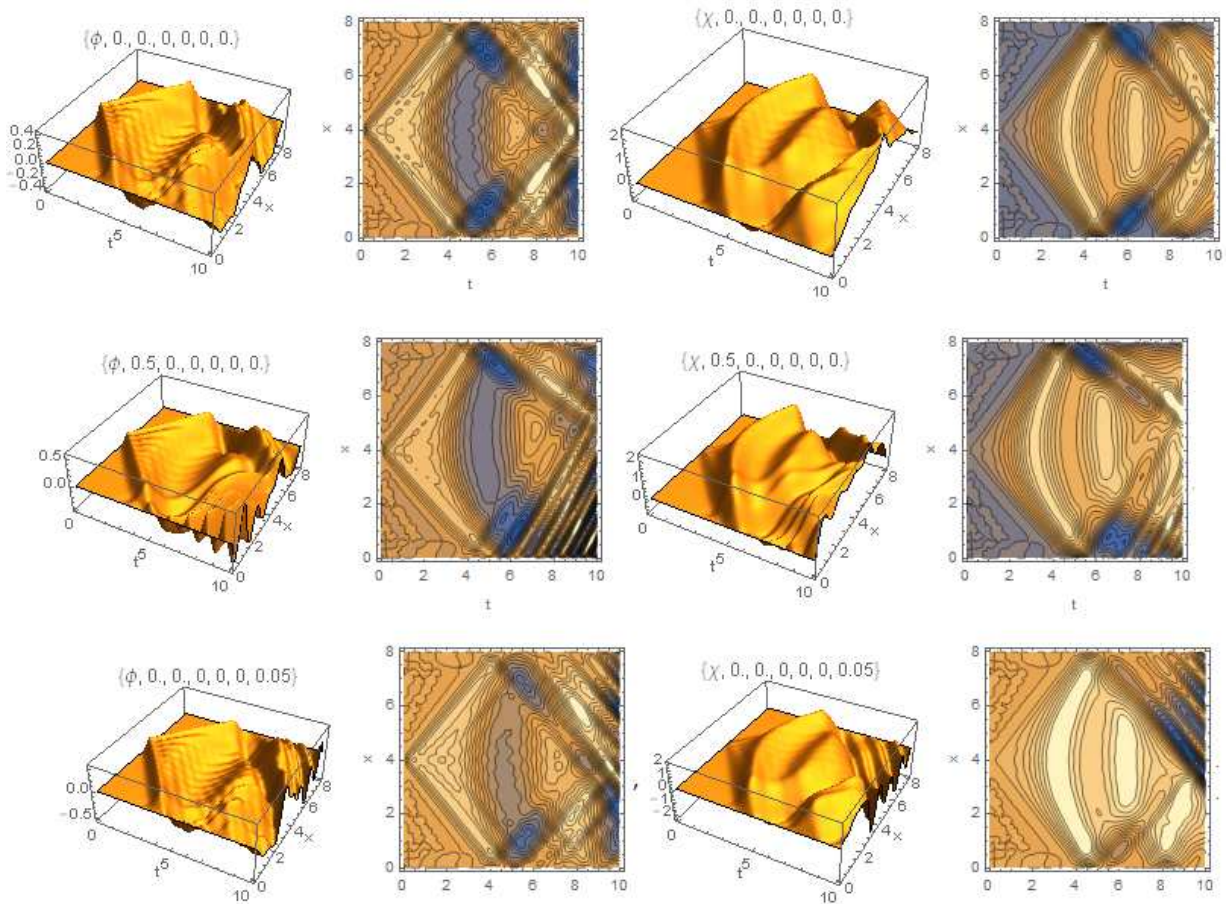


Рис. 5. Распад начального состояния в глюонном конденсате с параметрами  $p_1 = p_2 = 1, k_1 = k_2 = 16, x_1 = x_2 = L/2, L = 8$  в инерциальной (вверху), ускоренной и вращающейся системе: вектор параметров ускорения  $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$  показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках.

Отметим, что в системе без ускорения после распада начального состояния формируются нелинейные волны – верхние рис. 4-5. При наличии же ускорения и вращения система теряет устойчивость – нижние рис. 4-5. Эти результаты показывают, что ускорение и вращение атомных ядер может приводить к развитию неустойчивости, что ведет к распаду системы.

Наконец, заметим, что с точки зрения общей теории относительности не существует привилегированных систем отсчета, тогда как инерциальные системы отсчета, очевидно, являются привилегированными. Расширение используемых в физике систем отнесения, допускаемых принципом относительности, является очевидным шагом на пути развития квантовой теории. Это позволят включить метрику типа (7) и уравнения типа (17) и (29) в число основных инструментов исследования фундаментальных свойств материи и движения, наряду с другими метриками, типа метрики адронов и метрик многомерных пространств [24].

#### Библиографический список

1. Maxwell J. C. Treatise on Electricity and magnetism. – Macmillan and Co, London, 1873.
2. Лорентц Г.А. Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. - Москва, ГИТТЛ, 1953.
3. Einstein A. Zur Elektrodynamik der bewegter Korper// Ann. Phys., 1905, 17, 891—921.
4. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. - Москва, «Наука», 1965.
5. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения (2-е изд.). – М.: ГИФМЛ, 1961.
6. Ландау Л. Д, Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. – 7 изд. – М.: Наука. - 1988; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.
7. Weinberg Steven. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.
8. Мак-Витти Г.К. Общая теория относительности и космология. – М., ИЛ, 1961.
9. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. – М., ИЛ, 1963.
10. Петров А.З. Новые методы в общей теории относительности. – М., Наука, 1966.
11. Меллер К. Теория относительности. – М., Атомиздат, 1975, 400 с.
12. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. Том 1. – М., «Мир», 1977.
13. Леви-Чевита Т., Амальди У. Курс теоретической механики. Т. 1. Ч. 1. – Москва-Ленинград, ОНТИ, 1935.
14. Айзерман М.А. Классическая механика. – М., Наука, 1980.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.1 Механика. -4 изд. – М., Наука, 1988.
16. Kinnersley W. Field of an Arbitrary Accelerating Point Mass//Phys. Rev., Vol. 186, Iss. 5, 1969.
17. Alcubierre M. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity//Class.Quant.Grav. 11, L73 (1994), gr-qc/0009013.

18. Подосенов С. А.. Пространство, время и классические поля связанных структур. М.: Компания Спутник +, 2000, 445 с.
19. Burinskii A. Rotating Photon Rocket Solution//arXiv: gr-gc/0210010v1, 2002.
20. Трунев А.П. Скорость гравитации и сверхбыстрое движение в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №06(100).
21. Трунев А.П. О представлении решений уравнений Навье-Стокса в общей теории относительности // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1566 – 1587.
22. Трунев А.П. Метрика ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №106(02).
23. Ricardo Gallego Torrome´. On the emergence of quantum mechanics, diffeomorphism invariance and the weak equivalence principle from deterministic Cartan-Randers systems// arXiv:1402.5070v1 [math-ph] 20 Feb 2014.
24. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.
25. Tolman R.C., Stewart T.D. The electromotive force produced by the acceleration of metals// Physical Review 8 (2): 97–116, 1916.
26. Sagnac Georges. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme//Comptes Rendus 157: 708–710, 1913; Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant// Comptes Rendus 157: 1410–1413, 1913.
27. Трунев А.П. О взаимодействии света и частиц с гравитационными волнами // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1511 – 1547.
28. Bradley James. New Discovered Motion of the Fix'd Stars// Philosophical Transactions, 1727-1728, 35.
29. Michelson A. A., Morley E. W. On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether // Amer. J. Sci., 1887 (3), 34, 333.
30. FitzGerald G.F. The Ether and the Earth's atmosphere// Science 13 (328), 1889.
31. Lorentz H.A. De relatieve beweging van de aarde en den aether (The Relative Motion of the Earth and the Aether)// Amsterdam, Zittingsverlag Akad., v. Wet., 1, p.74.
32. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. IV/В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1989, - 728 с.
33. Девитт Б.С. Динамическая теория групп и полей. – Москва, Наука, 1987.
34. Квантовая теория калибровочных полей/ под ред. Н.П. Коноплевой – М., Мир, 1977.
35. Славнов А.А., Фадеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. – М.: Наука, 1978.
36. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.
37. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].

38. Трунев А.П. Спектр масс адронов и термодинамика глюонов// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1561 – 1574.

39. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>

## References

1. Maxwell J. C. Treatise on Electricity and magnetism. – Macmillan and Co, London, 1873.
2. Lorentz G.A. Teorija jelektronov i ee primenenie k javlenijam sveta i teplovogo izlucheniya. - Moskva, GITTL, 1953.
3. Einstein A. Zur Elektrodynamik der bewegter Korper// Ann. Phys., 1905, 17, 891—921.
4. Jejnshtejн A. Sobranie nauchnyh trudov. T. 1. - Moskva, «Nauka», 1965.
5. Fok V.A. Teorija prostranstva, vremeni i t'jagotenija (2-e izd.). – M.: GIFML, 1961.
6. Landau L. D, Lifshic E. M. Teoreticheskaja fizika. T.2. Teorija polja. – 7 izd. – M.: Nauka. - 1988; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.
7. Weinberg Steven. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.
8. Mak-Vitti G.K. Obshhaja teorija otnositel'nosti i kosmologija. – M., IL, 1961.
9. Sing Dzh. L. Obshhaja teorija otnositel'nosti. – M., IL, 1963.
10. Petrov A.Z. Novye metody v obshhej teorii otnositel'nosti. – M., Nauka, 1966.
11. Meller K. Teorija otnositel'nosti. – M., Atomizdat, 1975, 400 s.
12. Mizner Ch., Torn K., Uiller Dzh. Gravitacija. Tom 1. – M., «Mir», 1977.
13. Levi-Chevita T., Amal'di U. Kurs teoreticheskoy mehaniki. T. 1. Ch. 1. – Moskva-Leningrad, ONTI, 1935.
14. Ajzerman M.A. Klassicheskaja mehanika. – M., Nauka, 1980.
15. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. T.1 Mehanika. -4 izd. – M., Nauka, 1988.
16. Kinnersley W. Field of an Arbitrary Accelerating Point Mass//Phys. Rev., Vol. 186, Iss. 5, 1969.
17. Alcubierre M. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity//Class.Quant.Grav. 11, L73 (1994), gr-qc/0009013.
18. Podosenov S. A.. Prostranstvo, vremja i klassicheskie polja svjazannyh struktur. M.: Kompanija Sputnik +, 2000, 445 s.
19. Burinskii A. Rotating Photon Rocket Solution//arXiv: gr-gc/0210010v1, 2002.
20. Trunev A.P. Skorost' gravitacii i sverhbystroe dvizhenie v obshhej teorii otnositel'nosti// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №06(100).
21. Trunev A.P. O predstavlenii reshenij uravnenij Nav'e-Stoksa v obshhej teorii otnositel'nosti // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo

gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №04(098). S. 1566 – 1587.

22. Trunев A.P. Metrika uskorenyh i vrashhajushhihsja sistem otscheta v obshhej teorii otnositel'nosti// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2015. – №106(02).

23. Ricardo Gallego Torrome'. On the emergence of quantum mechanics, diffeomorphism invariance and the weak equivalence principle from deterministic Cartan-Randers systems// arXiv:1402.5070v1 [math-ph] 20 Feb 2014.

24. Trunев A.P. Geometricheskaja turbulentnost' i kvantovaja teorija. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 s.

25. Tolman R.C., Stewart T.D. The electromotive force produced by the acceleration of metals// Physical Review 8 (2): 97–116, 1916.

26. Sagnac Georges. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme//Comptes Rendus 157: 708–710, 1913; Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant// Comptes Rendus 157: 1410–1413, 1913.

27. Trunев A.P. O vzaimodejstvii sveta i chastic s gravitacionnymi volnami // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2014. – №04(098). S. 1511 – 1547.

28. Bradley James. New Discovered Motion of the Fix'd Stars// Philosophical Transactions, 1727-1728, 35.

29. Michelson A. A., Mogley E. W. On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether // Amer. J. Sci., 1887 (3), 34, 333.

30. FitzGerald G.F. The Ether and the Earth's atmosphere// Science 13 (328), 1889.

31. Lorentz H.A. De relatieve beweging van de aarde en den aether (The Relative Motion of the Earth and the Aether)// Amsterdam, Zittingsverlag Akad., v. Wet., 1, p.74.

32. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika: Uchebnoe posobie. V 10 t. T. IV/V.B. Beresteckij, E.M. Lifshic, L.P. Pitaevskij. Kvantovaja jelectrodinamika. – 3-e izd., ispr. – M.: Nauka, Gl. Red. Fiz.-mat. Lit., 1989, - 728 s.

33. Devitt B.S. Dinamicheskaja teorija grupp i polej. – Moskva, Nauka, 1987.

34. Kvantovaja teorija kalibrovochnyh polej/ pod red. N.P. Konoplevoj – M., Mir, 1977.

35. Slavnov A.A., Fadeev L.D. Vvedenie v kvantovuju teoriju kalibrovochnyh polej. – M.: Nauka, 1978.

36. Dzhunushaliev V. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185, 2004.

37. Dzhunushaliev V. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].

38. Trunев A.P. Spektr mass adronov i termodinamika gljuonov// Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2013. – №07(091). S. 1561 – 1574.

39. Trunев A.P. Modelirovanie massy adronov i jenergii vzbuzhdennyh sostojanij atomnyh jader v modeli gljuonnogo kondensata // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – №07(81). S. 545 – 554. – Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>