

УДК 621.313.33

UDC 621.313.33

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ И МОМЕНТА В КАСКАДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПРИВОДЕ**

**DEFINITION OF ELECTROMAGNETIC ENERGY AND MOMENT IN THE CASCADE ELECTRIC DRIVE**

Карандей Владимир Юрьевич  
к.т.н., доцент

Karandey Vladimir Yurievich  
Cand.Tech.Sci., associate professor

Попов Борис Клавдиевич  
к.т.н., доцент

Popov Boris Klavdievich  
Cand.Tech.Sci., associate professor

Базык Александр Владимирович  
студент

Bazyk Aleksandr Vladimirovich  
student

Карандей Юрий Юрьевич  
студент

Karandey Yuriy Yurievich  
student

*Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия, 350072, ул. Московская, 2, [pbk47@mail.ru](mailto:pbk47@mail.ru)*

*Kuban State Technical University, Krasnodar, Russia*

Рассмотрена проблема расчёта параметров управляемого каскадного электрического привода. За основу взят разработанный авторами электрический привод. Для определения моментов предложен метод, основанный на электромеханическом преобразовании энергии. На примере существующей конструкции были найдены значения токов статора и ротора и фазные углы этих токов. Это позволило найти накопленную устройством энергию в данный момент времени. Используя этот результат, был найден мгновенный момент. Представленная математическая модель была реализована в виде программы в среде Delphi. Погрешность для контрольного примера не превышала 10-15 %

The problem of calculation of arguments of the controlled cascade electric drive is reviewed. For a basis the electric drive is taken by the designed writers. For definition of the moments the method grounded on electromechanical transforming of energy is proposed. On an example of a present construction the values of currents of a stator and rotor and phase angles of these currents were retrieved. It has allowed to find the energy, accumulated by the device, in the given instant. Utilizing this result, the instantaneous moment was defined. The introduced mathematical model realized as the program in environment Delphi. Inaccuracy for an audit example did not exceed 10-15 %

Ключевые слова: ВЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ, КАСКАДНЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МОМЕНТ, ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ

Keywords: VECTORIAL CONTROL, CASCADE ELECTRIC DRIVE, ELECTROMAGNETIC MOMENT, ELECTROMECHANICAL TRANSFORMING OF ENERGY

В настоящее время основным направлением в создании систем электропривода является векторное управление. В этой системе управления определение мгновенного значения момента на валу электропривода имеет основное значение. Поэтому при разработке систем управления каскадным асинхронным электроприводом [1] основной проблемой при проектировании готового изделия является, по нашему мнению, расчёт мгновенного значения развиваемого им момента. Применение существующих методов расчёта без соответствующей экспериментальной корректировки неэффективно. Наиболее целесообразным подходом при определении момента для каскадного асинхронного электропривода является метод, основанный на

электромеханическом преобразовании энергии, который даёт удовлетворительное совпадение расчёта с экспериментальными данными.

Основной трудностью в определении момента указанным способом является вычисление накопленной устройством электромагнитной энергии в рассматриваемый момент времени. Для этого необходимо знать токи, электродвижущие силы и соответствующие им потокосцепления в роторе и статоре, фазные углы этих величин, а также взаиморасположение осей поля статора и ротора [2]. Решению проблемы определения запасенной электромагнитной энергии и развиваемого момента с использованием электромеханического преобразования энергии посвящена эта статья.

Известно, что энергия, сосредоточенная в объеме электромеханического устройства составляет

$$\frac{\Psi I}{2}. \quad (1)$$

Проведем преобразование формулы (1)

$$\frac{\Psi I}{2} = \frac{\Phi_w I}{2} = \frac{BS_w I}{2} = \frac{BSHl}{2} = \frac{BH}{2}Sl = \frac{BH}{2}V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}V. \quad (2)$$

В статье [2] нами были определены: мгновенное распределение индукции в зазоре, создаваемое токами статорных обмоток; мгновенное распределение индукции в зазоре, создаваемое наведёнными токами роторной обмотки; углы между токами и напряжениями в статорных и роторных обмотках. И, самое главное, пространственные углы между осями полей статорной и роторной обмоток (смотри рисунок 1). Найденные соотношения позволяют нам найти величину запасенной каскадным электрическим приводом электромагнитной энергии.

Далее, используя результаты работы [2], приводим расчет по нахождению величины энергии, запасенной в одном из каскадов рассматриваемого электрического привода.

Запишем распределение магнитной индукции вдоль поверхности статора, создаваемой токами в обмотке ротора [2]

$$B_{\delta c}(x) = -B_{\delta mc} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau}x - \phi_{c\sigma}\right). \quad (3)$$

Аналогично, распределение магнитной индукции вдоль поверхности ротора, создаваемой токами в обмотке статора, будет иметь вид [2]

$$B_{\delta p}(x) = -B_{\delta mp} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau}x - \phi_{p\sigma}\right). \quad (4)$$

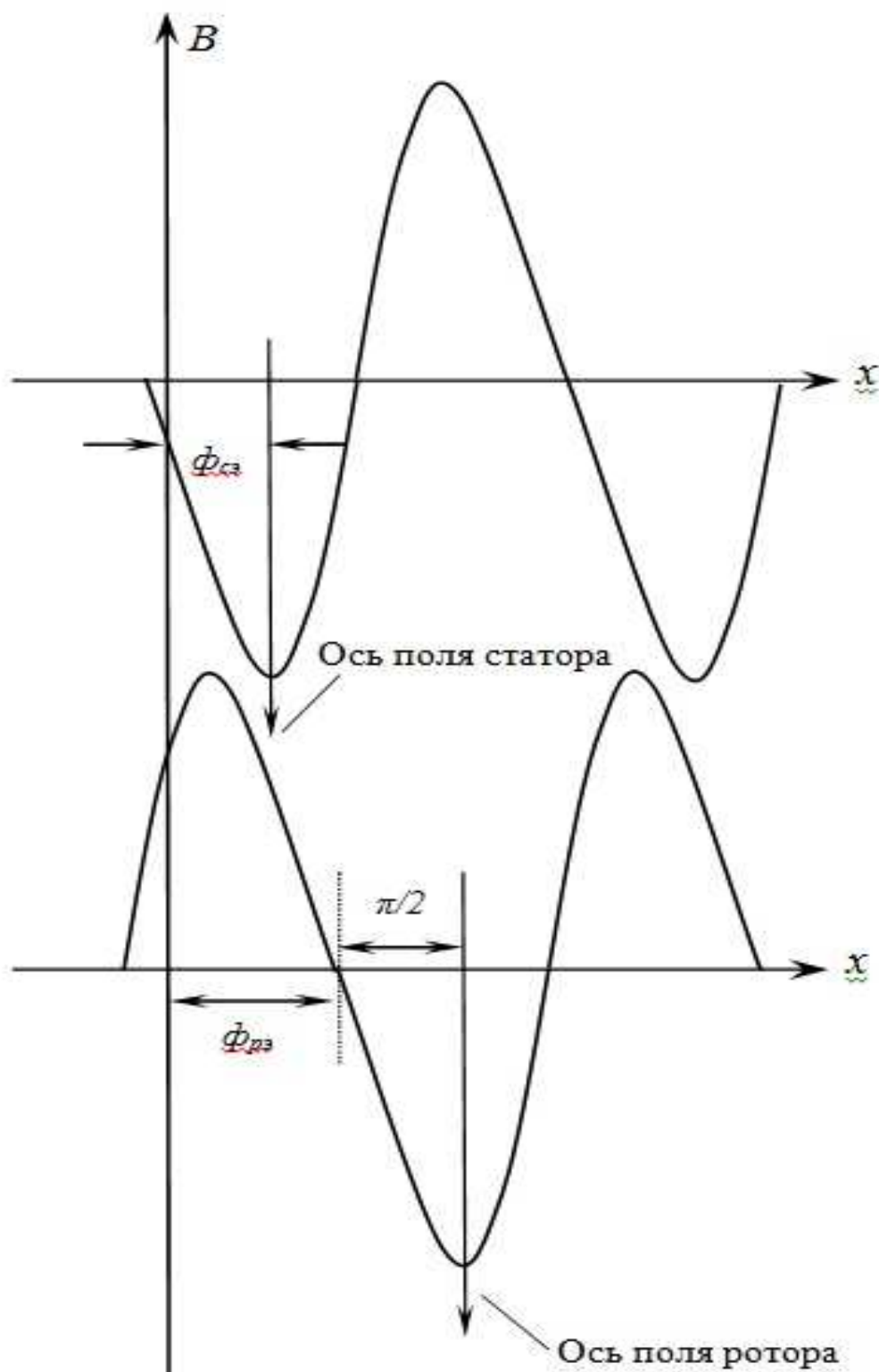


Рисунок 1. – Пояснение сдвига осей полей.

Амплитуду магнитного потока в катушке статора определяем по формуле

$$\Phi_{mc} = 2 \frac{2I_{mc} w_{кат}}{R_{\mu_{кат}}}.$$

Определим индукцию, соответствующую этому потоку, учитывая площадь поперечного сечения одной катушки обмотки статора,

$$B_{\delta_{катс}} = \frac{\Phi_{mc}}{l_m y \tau} = 2 \frac{2I_{mc} w_{кат}}{R_{\mu_{кат}} l_m y \tau}.$$

Далее определяем максимальное значение индукции от обмотки статора по результатам работы [2]

$$B_{\delta_{mc}} = k_c B_{\delta_{катс}} = k_c 2 \frac{2I_{mc} w_{кат}}{R_{\mu_{кат}} l_m y \tau}.$$

Амплитуда магнитного потока, создаваемая в контуре обмотки ротора,

$$\Phi_{mp} = 2 \frac{2I_{mp} w_p}{R_{\mu_{\kappa}}}.$$

Индукция, соответствующая этому потоку, учитывая площадь контура обмотки ротора,

$$B_{\delta_{катр}} = \frac{\Phi_{mp}}{l_m \tau} = 2 \frac{2I_{mp} w_p}{R_{\mu_{\kappa}} l_m \tau}.$$

Аналогично статорной обмотке определяем максимальное значение индукции от обмотки ротора

$$B_{\delta_{mp}} = k_p B_{\delta_{катр}} = k_p 2 \frac{2I_{mp} w_p}{R_{\mu_{\kappa}} l_m \tau}.$$

Теперь мы имеем возможность определить энергию, сосредоточенную в зазоре одного из каскадов рассматриваемого электропривода. Для этого определим  $B_{\Sigma}^2$ , складывая уравнения 3 и 4 и возводя сумму в квадрат.

$$B_{\Sigma}^2 = \left( -B_{\delta_{mc}} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{cэ} \right) - B_{\delta_{mp}} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{pэ} \right) \right)^2 = \\ (A \cos(\alpha) + B \sin(\beta))^2 =$$

$$= A^2 \cos^2(\alpha) + 2AB \cos(\alpha) \sin(\beta) + B^2 \sin^2(\beta) \quad (5)$$

где

$$A = -B_{\delta mc} ; B = -B_{\delta mp} ;$$

$$\alpha = \omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{c3} ; \beta = \omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{p3} .$$

Произведём интегрирование выражения (5) вдоль поверхности зазора, учитывая, что  $\alpha$  и  $\beta$  являются функциями  $x$ ,

$$W_{\Sigma M} = \frac{2\delta l_m}{2\mu_0} = \int_0^{2\tau} A^2 \cos^2(\alpha) + 2AB \cos(\alpha) \sin(\beta) + B^2 \sin^2(\beta) . \quad (6)$$

Возьмём интеграл от каждого слагаемого выражения (6).  
Проинтегрируем первое слагаемое

$$W_1 = B_{\delta mc}^2 \int_0^{2\tau} \cos^2(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{c3}) dx =$$

$$= \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \int_0^{2\tau} \cos^2(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{c3}) d(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{c3}) =$$

$$\frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \int_0^{2\tau} \cos^2(\alpha) d(\alpha) = \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \int_0^{2\tau} \frac{1}{2} (1 + \cos(2\alpha)) d(\alpha) =$$

$$= \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{2\tau} d(\alpha) + \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{2\tau} \cos(2\alpha) d(\alpha) =$$

$$= \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{2\tau} d(\omega t + \frac{\pi}{\tau} x - \phi_{c3}) =$$

$$= \frac{\tau B_{\delta mc}^2}{\pi} \frac{1}{2} (\omega t + \frac{2\pi\tau}{\tau} x - \phi_{c3} - \omega t + \phi_{c3}) = \tau B_{\delta mc}^2 .$$

Возьмём интеграл от второго слагаемого в выражении (6)

$$W_2 = 2B_{\delta mc} B_{\delta mp} \int_0^{2\tau} \cos(\alpha) \sin(\beta) dx =$$

$$= 2AB \int_0^{2\tau} \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)] dx =$$

$$= AB \int_0^{2\tau} \sin\left(2\omega t + \frac{2\pi}{\tau} x - \phi_{c3} - \phi_{p3}\right) dx -$$

$$- AB \int_0^{2\tau} \sin(-\phi_{c3} + \phi_{p3}) dx =$$

$$AB \frac{\tau}{2\pi} \int_0^{2\tau} \sin\left(2\omega t + \frac{2\pi}{\tau} x - \phi_{c3} - \phi_{p3}\right) d \times$$

$$\begin{aligned} & \times d\left(2\omega t + \frac{2\pi x}{\tau}x - \phi_{c3} - \phi_{p3}\right) - AB \sin(-\phi_{c3} + \phi_{p3})2\tau = \\ & = -2B_{\delta mc} B_{\delta mp} \sin(-\phi_{c3} + \phi_{p3})\tau. \end{aligned}$$

Проинтегрируем третье слагаемое в выражении (6)

$$\begin{aligned} W_3 &= B_{\delta mp}^2 \int_0^{2\tau} \sin^2(\beta) dx = \\ &= \frac{B_{\delta mp}^2}{2} \int_0^{2\tau} (1 - \cos(2\beta)) d(x) = \frac{B_{\delta mp}^2}{2} \int_0^{2\tau} d(x) = B_{\delta mp}^2 \tau. \end{aligned}$$

Окончательно выражение (6) примет вид

$$\begin{aligned} W_{\Sigma M} &= \frac{\delta l_m}{\mu_0} \left( B_{\delta mc}^2 \tau + 2 B_{\delta mc} B_{\delta mp} \sin(\phi_{p3} - \phi_{c3})\tau + B_{\delta mp}^2 \tau \right) = \\ &= \frac{\delta l_m \tau}{\mu_0} \left( B_{\delta mc}^2 + B_{\delta mp}^2 + 2 B_{\delta mc} B_{\delta mp} \sin(\phi_{p3} - \phi_{c3}) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Используя полученное выражение (7) для нахождения запасенной энергии в одном из каскадов электропривода и изложенную ниже методику, можно определить величину мгновенного момента на валу одного из каскадов. Это аналитический вывод. Однако, можно получить более точный результат, применяя следующий подход.

Используя программы [3,4,5], складываем кривые распределения магнитной индукции, созданные токами обмоток статора и ротора. Суммарная кривая даст распределение магнитной индукции вдоль всей поверхности зазора одного из каскадов магнитной системы электропривода.

Нами создано быстродействующее программное обеспечение [3,4,5], позволяющее строить распределение индукции в любой момент времени вдоль всей поверхности зазора одного из каскадов магнитной системы электропривода. Это обстоятельство позволяет нам эффективно определять запасенную электромагнитную энергию в любой момент времени и при любом повороте ротора относительно статора.

Для этого объем системы разбивается на ряд характерных элементарных объемов (например, зубец статора или ротора). В каждом объеме определяется энергия по выражению (2). Все элементарные значения суммируются. И, тем самым, определяется суммарная электромагнитная энергия всего устройства. Эта энергия соответствует данному моменту времени и данному пространственному взаимному расположению статора и ротора.

Известно, что усилие, развиваемое электромеханическим устройством, можно определить по формуле

$$F = -\frac{\partial W_f}{\partial x}, \quad (8)$$

где  $W_f$  - электромагнитная энергия, запасенная устройством, определяемая по формуле (1);

$x$  - координата виртуального перемещения ротора относительно статора.

Следует заметить, что в выражении (8) применена частная производная. В связи с этим все величины (токи, потоки, напряжения, ЭДС) неизменны. Меняется только пространственное расположение ротора относительно статора.

Так как распределение индукции в зазоре строится с помощью ЭВМ (результат получаем в виде массива чисел), и нет аналитического выражения этой зависимости, то целесообразно провести численное дифференцирование в выражении (8). Следует заметить, что можно выразить зависимость  $B(x)$  с помощью рядов. Однако, учитывая, что необходимо возводить в квадрат величину  $B$ , выражение в виде рядов получится очень громоздким. Да и точность подобных расчетов проблематична, так как становится вопрос о сходимости исходных и результирующих рядов. На ЭВМ подобная проблема решается значительно проще и понятнее с помощью численных методов.

Для вычисления выражения (8) достаточно применить трехточечную формулу вычисления производной, т.е. рассматривать точки  $x + \Delta x$ ,  $x$  и  $x - \Delta x$ . При этом  $\Delta x$  можно взять достаточно малой величиной. Напомним, что  $x$  - это координата перемещения по поверхности ротора.

Определить энергию точки  $x + \Delta x$ ,  $x$  и  $x - \Delta x$  можно следующим образом. Пусть в какой-либо момент времени оси полей статора и ротора расположены следующим образом, как показано на рисунке 2.

Находим для этого положения осей суммарное распределение  $B(x)$ , а по нему запасенную энергию  $W_x$ . Затем смещаем ось поля ротора в точку  $-\Delta x$ , что соответствует отставанию ротора, т.е. увеличению скольжения  $s$ . Это следует из того, что поле движется справа налево. Ротор движется в ту же сторону. Следовательно, точка  $-\Delta x$  будет соответствовать отставанию ротора.

Для точки  $-\Delta x$  также определяем суммарное распределение  $B(x)$  и соответствующую запасенную энергию  $W_{x-\Delta x}$ .

Смещая ось поля ротора в точку  $+\Delta x$ , что соответствует опережению ротора и уменьшению скольжения, повторяем те же вычисления и находим соответствующую энергию  $W_{x+\Delta x}$ .

Для нахождения производной по формуле (8), можно применить трехточечный шаблон [6].

$$F = -\frac{1}{2\Delta x}(-3W_{x-\Delta x} + 4W_x - W_{x+\Delta x}). \quad (8)$$

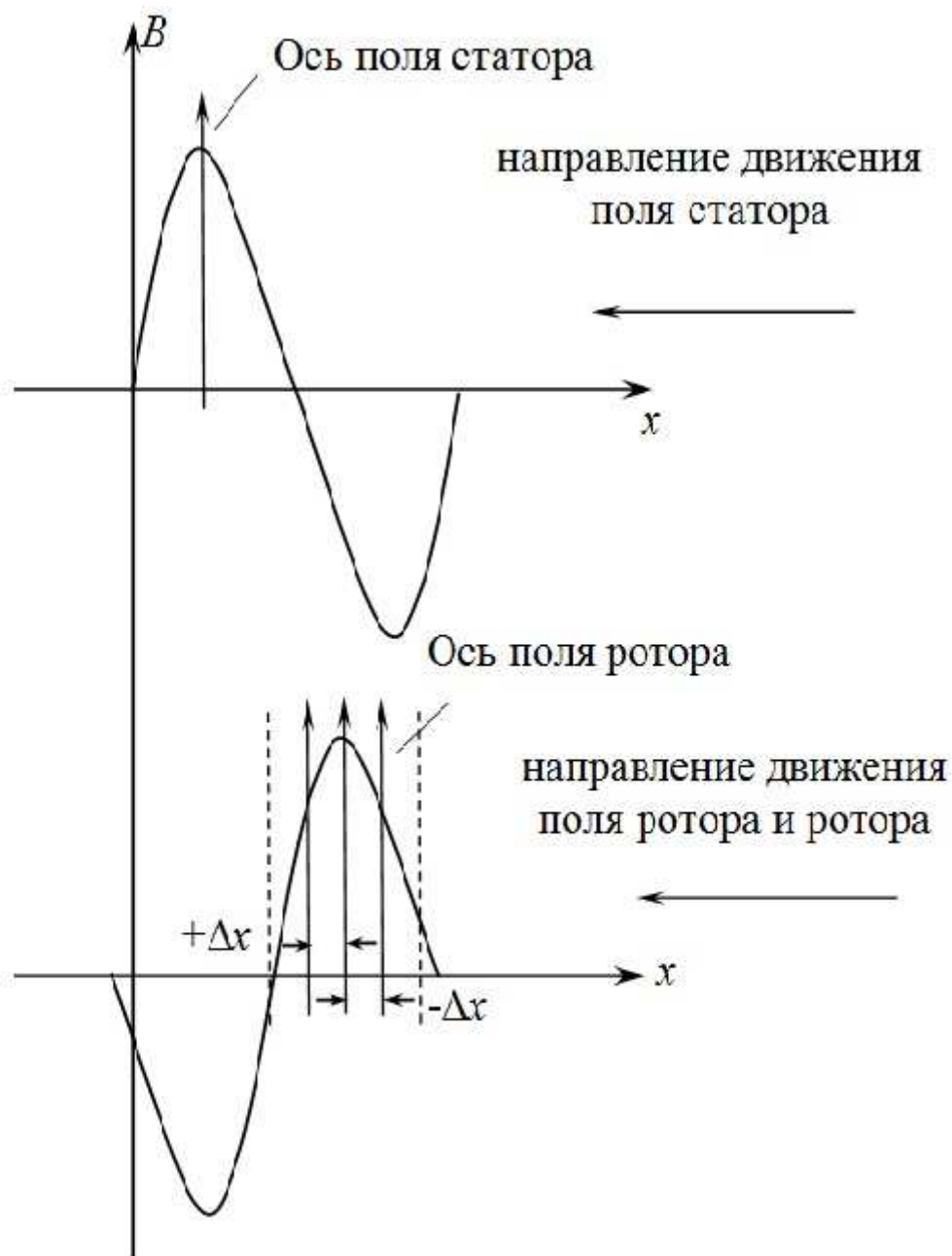


Рисунок 2 – Расположение осей полей статора и ротора

Вычисления по формуле (8) можно производить для любого момента времени, т.е. для любого угла поворота ротора относительно статора. Тем самым мы получаем значение силы и соответствующего момента, действующего на ротор одного из каскадов, на протяжении 360° поворота ротора относитель-



но статора, т.е. мгновенное значение силы и момента, действующего на ротор электрического привода.

**Выводы.** Используя результаты работы [2], программы расчета распределения магнитной индукции вдоль поверхности воздушного зазора статора и ротора [3,4,5] возможно производить быстродействующий расчет всех электромеханических параметров, что позволит реализовать эффективную систему управления каскадным электроприводом. Результатами этого расчёта являются токи, напряжения, углы между токами и напряжениями, углы сдвига полей ротора и статора, величина запасённой электромагнитной энергии и момента каждого каскада электропривода. Учитывая, что каскад представляет собой серию последовательно соединённых электрических машин, можно будет определять суммарный мгновенный момент на выходе каскадного электропривода. В результате этого расчёта можно будет определить величины пульсаций электромагнитного момента на выходе всего каскада. И, как результат, выработать меры по уменьшению данных пульсаций. Представленная математическая модель была реализована в виде ряда программ в среде Delphi. Погрешность по сравнению с контрольным примером не превышала 10÷15 %.

### Список литературы

1. Патент на изобретение № 2402857 от 27.10.2010 г. Управляемый каскадный электрический привод / Попов Б.К., Карандей В.Ю.
2. Карандей В.Ю., Попов Б.К. Определение токов статора и ротора в каскадном электрическом приводе / Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки №4 от 18.08.2008г. стр. 91-96.
3. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012613329 от 09 апреля 2012 г Программа расчета запасенной энергии в каскадном электрическом приводе / Попов Б.К., Карандей В.Ю.
4. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012613330 от 09 апреля 2012 г Программа расчета электромагнитных параметров ротора каскадного электрического привода / Попов Б.К., Карандей В.Ю.
5. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2012613331 от 09 апреля 2012 г Программа расчета и изменяющего по скорости и времени построения магнитного поля статора асинхронного электропривода / Попов Б.К., Карандей В.Ю.
6. Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах [Текст] / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – М.: Высш. шк., 2004. – 480 с.

### References

1. Patent na izobretenie № 2402857 ot 27.10.2010 g. Upravljaemyj kaskadnyj jelektricheskiy privod / Popov B.K., Karandey V.Ju.

2. Karandej V.Ju., Popov B.K. Opredelenie tokov statora i rotora v kaskadnom jelek-tricheskom privode / Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Tehniceskie nauki №4 ot 18.08.2008g. str. 91-96.

3. Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlja JeVM №2012613329 ot 09 aprelja 2012 g Programma rascheta zapasennoj jenerгии v kaskadnom jelektricheskom privode / Popov B.K., Karandej V.Ju.

4. Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlja JeVM №2012613330 ot 09 aprelja 2012 g Programma rascheta jelektromagnitnyh parametrov rotora kaskadnogo jelektricheskogo privoda / Popov B.K., Karandej V.Ju.

5. Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlja JeVM №2012613331 ot 09 aprelja 2012 g Programma rascheta i izmenjajushhego po skorosti i vremeni postroenija magnitnogo polja statora asinhronnogo jelektroprivoda / Popov B.K., Karandej V.Ju.

6. Kireev V.I. Chislennye metody v primerah i zadachah [Tekst] / V.I. Kireev, A.V. Pantelev. – M.: Vyssh. shk., 2004. – 480 s.