

УДК 681.3

UDK 681.31

**МОДЕЛЬ АНАЛИЗА ВОЗМУЩЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ КОРПОРАЦИИ**

**MODEL OF THE ANALYSIS OF A PRODUCTION CORPORATION'S INDIGNANT CONDITION**

Черкасов Олег Николаевич  
д.т.н.  
*Закрытое акционерное общество «Лот»,  
Воронеж, Россия*

Cherkasov Oleg Nikolaevich  
Dr.Sci.Tech.  
*Joint-Stock Company "Lot", Voronezh, Russia*

Сербулов Юрий Стефанович  
д.т.н., профессор,

Serbulov Yuri Stefanovich  
Dr.Sci.Tech., professor,

Меерсон Вера Эдуардовна  
ст. преподаватель,  
*Воронежская государственная лесотехническая  
академия, Воронеж, Россия*

Meerson Vera Eduardovna  
senior lecturer  
*Voronezh State Academy of Forestry, Voronezh,  
Russia*

В статье получены модели анализа потокораспределения целевого продукта в условиях возмущенного состояния производственной корпорации на фоне утраты информационной определенности функционирования ее филиалов. Приводится классификация граничных условий для стационарных состояний исследуемого фрагмента функционирования

The article deals with the models of analysis of a target product's load flow in the indignant condition of a production corporation against loss of information definiteness of boundary conditions. The classification of the boundary conditions for the stationary conditions of the studied fragment of system is given

Ключевые слова ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ КОРПОРАЦИЯ (ПК), ЦЕЛЕВОЙ ПРОДУКТ (ЦП), ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ (ГР), РАСЧЕТНАЯ ЗОНА (РЗ), АБОНЕНТСКАЯ ПОДСИСТЕМА (АП)

Keywords: PRODUCTION CORPORATION (PC), TARGET PRODUCT (TP), BOUNDARY CONDITIONS (BC), SETTLEMENT ZONE (SZ), SUBSCRIBER SUBSYSTEM (SS).

Одним из главных участников рынка товаров и услуг являются производственные корпорации (ПК). Такие корпорации объединяют большое количество компаний (предприятий и фирм), выступающих самостоятельными юридическими лицами, и поэтому нуждаются в разработке механизмов централизованного управления.

Очевидные преимущества централизованного управления ПК вступают в противоречие с существующими недостатками функционирования наиболее уязвимого звена таких систем – ее филиалами (АП – абонентскими подсистемами). Для поиска рационального сочетания централизации и децентрализации управления прежде всего необходимо обеспечить сопоставимость структурных вариантов ПК. Разумеется

рассчитывать на существенное снижение капитальных вложений при централизованном управлении ПК затруднительно. Однако, влиять на затраты возможно при условии широкого внедрения методов управления процессами потокораспределения материальных, финансовых и др. ресурсов (ЦП – целевых продуктов).

### **Выбор граничных условий для решения задач анализа возмущенного состояния ПК**

Под анализом потокораспределения материалов возмущенного состояния ПК будем, подразумевать задачу оценки значений параметров режима функционирования ПК в результате воздействия на них любых возмущающих факторов. В качестве возмущающих факторов выступают любые структурные или параметрические изменения в системе или ее элементах, например присоединение новых источников поставки или потребителей ЦП, установка или резервных подсистем (промежуточных складов) на магистральных путях перемещения ЦП, изменение производственных характеристик или правил принятия решений и т.д. Специфика решения такого рода задач связана с утратой информационной определенности граничных условий. Введем их классификацию для стационарных состояний исследуемого фрагмента состояния системы (ИФС), то есть при установившемся потокораспределении ЦП между филиалами и ПК. В составе условий однозначности в этом случае начальные условия отсутствуют и остаются лишь граничные условия (ГУ), которые для  $j$ -той АП можно в общем случае представить в виде:

$$H_j = Z_j(g_j) \quad (1)$$

где  $H_j, g_j$  - узловый потенциал и отбор (приток) через АП  $j$  соответственно;  $\zeta_j$  - функция, задающая взаимосвязь между

потенциалом и расходом ЦП. Граничные условия классифицируются исходя из функции  $\zeta_j$ , на четыре вида:

1) ГУ I рода - фиксируется (задается) один из параметров (1) в АП,  $H_j = \hat{H}_j$  или  $g_j = \hat{g}_j$ , второй определяется по результатам анализа потокораспределения ЦП. Фиксация режима потребления ЦП наиболее характерна в задачах проектирования, а значения узлового потенциала - в задачах из области эксплуатации при анализе текущего состояния ПК по результатам замеров, то есть по данным измерений.

2) ГУ II рода - определен вид функции  $\zeta_j$ , а  $H_j, g_j$  считаются неизвестными, но если один из них найден, то по соотношению (1) определяется и второй. Примером ГУ II рода являются напорные характеристики активных элементов (базы, склады и т. п.) и характеристики ЦП.

3) ГУ III рода предполагаются известными по форме, но не определены по содержанию. Иными словами  $H_j, g_j$  считаются неизвестными, а для функции  $\zeta_j$  установлен только ее вид.

4) ГУ IV рода заранее не определены ни по форме, ни по содержанию и формируются посредством вычислительного процесса.

Очевидно, что граничные условия I и II рода задаются в явном виде, поскольку функция  $\zeta_j$  определена как по форме, так и по содержанию.

Граничные условия III и IV рода представляют из себя неявную форму ГУ, для которых вместо выбора их численных значений должен быть установлен алгоритм формирования. Поскольку вопросы декомпозиции объекта моделирования в данной работе не рассматриваются, то в дальнейшем под неявной формой граничных условий будем подразумевать только ГУ III рода.

Решение задач анализа возмущенного состояния связано с применением неявной формы ГУ, определение которых сведем к применению по аналогии с гидравликой энергетического эквивалентирования [2], причем ключевым понятием в этом вопросе становится расчетная зона (РЗ). Под последней, в соответствии с [1], будем подразумевать такой фрагмент системы, на границах которого всегда известны ГУ I или II рода. Таким образом, РЗ совместно с ГУ во всех ее АП является автономным объектом для моделирования, то есть для нее могут быть решены задачи любого класса.

Сопоставляя ИФС и расчетную зону, возникает естественный вопрос о том, какова необходимость оперирования двумя близкими по смыслу понятиями и есть ли между ними взаимосвязь. Ответ на этот вопрос заключается в способе их выделения из состава ПК. Для ИФС он произвольный, однако в зависимости от типа решаемой задачи могут оказаться необходимыми ГУ III рода. Расчетная зона - это фрагмент топологии ПК, однозначно устанавливаемый исходя из типа решаемой задачи, причем всегда ее можно рассматривать в качестве минимального объекта, допускающего автономное моделирование. Если для всех АП границы ИФС доступны ГУ I и II рода, то ИФС тождественен РЗ. В противном случае исследуемый фрагмент приходится увеличивать до масштабов расчетной зоны.

Таким образом, понятие расчетной зоны с позиций граничных условий для ИФС постулирует условие, что элементы метасистемы за ее пределами не оказывают влияния на любые внутренние процессы. Любые действия, позволяющие установить поведение АП в пределах РЗ по отношению к ИФС, можно расценивать как процесс формирования неявных ГУ.

Предпочтение энергетическому эквивалентированию для формирования ГУ III рода отдано по трем причинам:

1. Разработанный в рамках этого подхода метод успешно апробирован в решении задач анализа возмущенного состояния открытых инженерных сетей [1,2].

2. В самой процедуре эквивалентирования не требуются сведения по структурному составу элементов РЗ, не входящих в ИФС.

3. Условие материального баланса согласуется со смыслом вариационных принципов, поэтому не должно быть серьезных препятствий для их использования при формировании математических моделей.

Необходимость применения энергетического эквивалентирования в формировании неявных ГУ при анализе возмущенного состояния ПК диктуется двумя обстоятельствами:

1) Для открытых систем это неизбежно, поскольку в результате воздействия любого возмущающего фактора, величина нагрузки активных элементов (баз, складов и т. п.) становится неопределенной.

2) Для закрытых систем это целесообразно, поскольку их анализ без рассмотрения активных элементов (баз, складов и т. п.) оказывается недостаточно полноценным, а введение в состав модели этих элементов автоматически вынуждает квалифицировать объект как открытую систему.

Рассмотрим механизм формирования ГУ III рода в соответствии с [2], но для систем потокораспределения ЦП. Эквивалентруемой объектом в этом случае выступает подсистема активного элемента каждой АП. Смысл такой процедуры заключается в замене последней одним фиктивным участком, равноценным с точки зрения диссипации издержек ЦП. Если потери ЦП в фиктивной АП выразить с помощью соотношения

$$\Delta P_i = S_i \frac{Q_i^a}{D_i^b} \frac{1}{T} \int_0^{L_i} T(x) dx = S_i \frac{Q_i^a}{D_i^b} \frac{\bar{T}_i}{T} L_i \quad (2)$$

Где  $\Delta D_i$  - издержки ЦП участка пути потокораспределения  $i$  с пропускной способностью  $D_i$  и длиной  $L_i$  при переменных издержках ЦП  $T(x)$ ,  $x$  – линейная координата участка сети потокораспределения,  $T(x)$ ,  $\bar{T}$  - переменные и усредненные по длине  $x$  участка издержки ЦП соответственно;  $T_{CT}$  - нормированные (расчетные) издержки ЦП для приведения расхода ЦП к стандартным условиям функционирования ПК

В том, что присоединение эквивалентов по сути является заданием граничных условий III рода легко убедиться, поскольку при известных  $L_e, D_e$  между потенциалом и отбором ЦП в АП ИФС можно получить явную взаимосвязь, то есть определить ГУ и по содержанию (установить тем самым вид функции  $\zeta_j$  в (1)). Производственный эквивалент подсистемы ПК строится из условия баланса диссипации ЦП на ее реальных элементах и фиктивном участке согласно условию:

$$\sum_{j \in J_{h(p)} \cup J_{h(q)}} \sum_{i \in I_j^{ar}} s_i Q_i^a = \sum_{i \in I^{ae}} s_i Q_i^a, \quad (4)$$

где  $I_j^{ar}$  - множество участков ПК, условно отнесенных к АП  $j$ .

Следует обратить внимание на то, что эквивалентированию подлежит только совокупность элементов ПК, в которых осуществляется потеря ЦП до минимально допустимого количества с учетом мощности ЦП в стоках системы. Более того это касается только открытых ПК. Для закрытых систем рассмотренный механизм эквивалентирования можно распространить только на потери ЦП при условии их нормирования.

Рассмотрим фрагмент системы, включающий реальные элементы ИФС и эквиваленты АП. В результате присоединения фиктивных участков к АП в составе ИФС последние переходят в разряд нейтральных узлов, а “висящие” становятся граничными узлами нового фрагмента, в которых можно фиксировать минимальное количество ЦП, при котором ПК может

функционировать, то есть задавать ГУ I рода. Тогда полученный фрагмент становится расчетной зоной для решения задач анализа возмущенного состояния, поскольку (согласно определению РЗ) на его границах фигурируют только ГУ I и II рода. Заметим, что если бы вместо фиктивных элементов, эквивалентирующих АП, фигурировали их реальные элементы, то этого было бы недостаточно, поскольку фиксация минимального количества ЦП без учета его мощности в АП оказалась бы некорректной.

Качественное отличие РЗ для решения задач анализа невозмущенного и возмущенного состояний ПК определяется отсутствием или присутствием фиктивных элементов соответственно. На основании этого введем понятия унарной расчетной схемы (УРС), в которой имеются лишь реальные элементы и бинарной расчетной схемы (БРС), включающей два типа элементов: реальные и фиктивные.

Теперь можно окончательно установить взаимоотношения между ИФС и РЗ. Если выбор границ ИФС подчиняется сугубо интересам пользователя, то РЗ - это фрагмент структуры ПК, элементы которого так или иначе должны участвовать в формализации конкретной задачи в одной из двух форм. Если за основу принята УРС, включающая только элементы ИФС, то для любой АП на ее границах должна существовать возможность выразить в явной форме соотношение (1), задающее функциональные характеристики элементов РЗ, не вошедших в ИФС. Иными словами проблемы концентрируются на задании ГУ. Если выбрана БРС, то цель состоит в определении параметров эквивалентов для элементов, оставшихся за пределами ИФС. Важно отметить, что в рамках рассмотренного механизма эквивалентирования реализуемы оба варианта, поскольку ГУ III рода допускают явный вид задания.

## Формирование математической модели потокораспределения

### ЦП

Односторонняя направленность потока ЦП из ИФС в метасистему (вне зависимости от характера возмущения) является гарантией стабильности схемы эквивалентирования (в данном случае речь идет о производственных характеристиках эквивалентного участка). Единственной причиной, побуждающей видоизменение схемы, является смена знака материального баланса в АП связи между реальными и фиктивными элементами. До тех пор, пока остается стабильной схема эквивалентирования, нет надобности в изменении производственных характеристик составляющих ее элементов. Энергетическое эквивалентирование для ПК адекватно формированию в узлах присоединения подсистем ГУ III-рода, которые определены по форме (3) благодаря тому, что, хотя замещению и подлежит множество реальных присоединенных элементов с произвольной конфигурацией взаимосвязей, но все они являются пассивными, принадлежат к одному типу, то есть их можно считать однородными.

К выше принятому условию метасистемой можно считать любую инфраструктуру, если в ней отсутствуют источники питания и блоки регулирования расхода ЦП (подсистемы принятия решения), нужно добавить еще одно. Для энергоузлов, формирующих границу между распределительной сетью и метасистемой, должно соблюдаться условие постоянства знака материального баланса независимо от характера возмущающего воздействия, что соответствует одностороннему направлению перемещения транспортируемого ЦП в метасистему.

Распространение эквивалентирования только на пассивные элементы предполагает, что активные элементы (базы, склады и т.п.) должны сохранять свою индивидуальность как в количественном, так и в качественном отношении. Иными словами они должны присутствовать в

расчетной схеме в либо в качестве ЭУ с соответствующими характеристиками, если через них осуществляется обмен ЦП между РЗ и метасистемой, либо в виде участков, если данный элемент обменивается с метасистемой только ЦП.

Сохранение индивидуальных характеристик активных элементов в составе схемы замещения вполне обосновано, поскольку автономным объектом для моделирования, по-прежнему, считается зона, а не ИФС и для того, чтобы задача была информационно определенной, необходим учет всего многообразия ее взаимодействий с метасистемой, тем более, что эта информация является известной (ГУ II рода).

При формировании математической модели потокораспределения ЦП для БРС воспользуемся, как и для УРС, вариационными принципами. Возможность аналогичной формализации задачи достаточно очевидна, поскольку БРС должна рассматриваться как обычная сеть, к которой применимы все известные сетевые законы и теоремы теории графов.

При производственном эквивалентировании не соблюдается геометрическое подобие модели и оригинала, так что обусловленная этим неадекватность нестационарных производственных процессов вынуждает рассматривать любые задачи анализа только в стационарной постановке. В результате вариационная задача распадается на следующие группы слагаемых.

Первая группа выражает вариацию мощности источников питания (базы, склады и т. п.). Их общее количество относительно невозмущенного состояния может меняться как в большую, так и меньшую сторону или оставаться прежним соответственно при подключении новых источников питания, отключении действующих или их сохранении. Разумеется мощность вновь подключаемых источников питания заранее должна быть известна.

Вторая группа определяет вариацию мощности стоков ЦП через энергоузлы во внешнюю среду. Их количество определяется числом ЭУ в составе ИФС в исходном состоянии.

Третья группа формирует вариацию мощности регулируемых стоков ЦП существующих, а также вновь подключаемых потребителей, для которых может задаваться: потенциал, отбор ЦП, характеристика блока регулирования стока.

Четвертая группа определяет вариацию диссипируемой мощности потери ЦП для реально существующих элементах ИФС, а также фиктивных участках, эквивалентирующих АП. Подмножество реальных элементов состоит из существующих участков, а также вновь подключаемых.

Оставшиеся группы позволяют представить уравнение движения системы как свободную вариационную задачу. Условия связи - непрерывность потоков ЦП в узлах.

Далее посредством ранее упомянутой процедуры исключения неопределенных множителей Лагранжа могут быть получена модели потокораспределения ЦП.

Для расчетной зоны, топология которой формируется в виде бинарной расчетной схемы при эквивалентировании только абонентских подсистем модель установившегося потокораспределения материалов с учетом диссипации ЦП будет иметь вид:

$$C_{p \times n1} \begin{matrix} C_{p \times n2} \times \left\{ \begin{matrix} R_{n(d)} + R(Q)_{n(d)}^u \\ 0 \end{matrix} \right\} \times Q_{n \times 1}^u \\ \dots \\ 0 \end{matrix} \times \begin{matrix} 0 \\ \dots \\ R_{n2(d)} \\ \dots \\ Q_{n2 \times 1} \end{matrix} \times \begin{matrix} Q_{n1 \times 1} \\ \dots \\ Q_{n2 \times 1} \end{matrix} = M_{p \times e}^t \times \hat{H}_{e \times 1} \pm \sum_i H(Q)_i^u; \quad (5)$$

$$K_{r \times n1} \begin{matrix} 0_{r \times n2} \times \left\{ \begin{matrix} R_{n(d)} + R(Q)_{n(d)}^u \\ 0 \end{matrix} \right\} \times Q_{n \times 1}^u \\ \dots \\ 0 \end{matrix} \times \begin{matrix} 0 \\ \dots \\ R_{n2(d)} \\ \dots \\ Q_{n2 \times 1} \end{matrix} \times \begin{matrix} Q_{n1 \times 1} \\ \dots \\ Q_{n2 \times 1} \end{matrix} = 0_{r \times 1} \pm \sum_i H(Q)_i^u; \quad (6)$$

$$\begin{matrix} A_{m \times n1} \\ \dots \\ A_{m \times n2} \end{matrix} \times \begin{matrix} Q_{n1 \times 1} \\ \dots \\ Q_{n2 \times 1} \end{matrix} = \hat{g}_{m \times 1} \quad (7)$$

$$E_{n(d)} \times (B_{n(d)} \times \Theta_{n \times 1} + T''_{n \times 1}) = -A_{n \times m} \times T'_{m \times 1}; \quad (8)$$

$$\mathbf{s} \hat{A}_{m \times n} \times Q_{n(d)}^u \times T_{n \times 1}'' - \mathbf{r} \hat{A}_{m \times n} \times Q_{n(d)}^u \times T_{n \times 1}' = \mathbf{r} \hat{g}_{m(d)} \times T_{m \times 1}' - \mathbf{s} \hat{g}_{m(d)} \times \hat{T}_{m \times 1}. \quad (9)$$

В (5)-(9) через  $n1$ ,  $n2$  обозначено соответственно количество реальных элементов ИФС  $n1 = \{I^{sr}\}$ , эквивалентов АП, питаемых от расчетной подзоны  $n2 = \{I^{ae}\}$ ;  $e$  - полное число энергоузлов бинарной расчетной схемы с фиксированным узловым потенциалом или производственной характеристикой элемента  $e = \{J_{p(f)}^s \cup J_{\bar{p}(f)}^s \cup J_{h(p)}^a \cup J_{\bar{h}(p)}^s\}$ ;  $p$  - число независимых цепей ( $p = e - 1$ );  $r$  - число контуров в БРС;  $m = \{J_{\bar{h}(q)}^s \cup J_c^s\}$  - множество узлов РС с нефиксируемым потенциалом;; надстрочный индекс “u” является признаком итеративного процесса поиска решения; индексы “sr”, “ae” обозначают соответственно элементы ИФС, эквивалентных структур АП; символ “(” - указывает на элементы, вновь включаемые в ИФС (возмущающее воздействие);  $R_i = S_i |Q_i|^{a-1}$  - элемент диагональной матрицы, выражающий пропускную способность пассивного элемента;  $S_i$  - пропускная способность участка  $i$ ;  $R(Q)_i$  - элемент диагональной матрицы, выражающий переменную нагрузку активных элементов (базы, склады и т. п.), установленного на участке  $i$ ;  $E_i = \left( \frac{rL_i}{gF_i} \right)$  - производная расхода ЦП по времени участка  $i$ , вычисляемая по результатам двух предыдущих итераций ( $k-1$ ) и ( $k-2$ ) в процессе решения;  $g$  - ускорение свободного падения;  $\rho$  - плотность потока транспортируемого ЦП;  $L_i, F_i$  - длина и пропускная способность участка  $i$  соответственно;  $\hat{H}, \hat{g}$  - матрицы-столбцы фиксируемых в качестве граничных условий (во времени) значений узлового потенциала и отбора (притока) для энергоузла  $j$ ;  $\sum_i H(Q)_i^{u(k)}$  - сумма напоров (количеств) ЦП питающих элементов, размещаемых на участке  $i$ , которые входят в соответствующую независимую цепь или контур, причем знак (+) принимается при

совпадении направления действия активного элемента с направлением потока ЦП на участке и знак (-) в противном случае;  $u(k)$  - номер итерации двойного цикла (внешний цикл ( $k$ ) определяет шаг интегрирования по времени, а в пределах внутреннего цикла ( $u$ ) выполняется расчет объекта как системы с сосредоточенными параметрами)  $C$ ,  $K$ ,  $A$ . - матрицы смежности независимых цепей, контуров и матрица инцидентий соответственно;  $M$  - матрица маршрутов; “ $t$ ” - символ транспонирования; нижние индексы указывают на число строк и столбцов матриц соответственно; “ $d$ ” - признак диагональной матрицы; “ $1$ ” - признак матрицы-столбца.

В модели (5)-(9) используются матрицы блочного типа, то есть их отдельные блоки взаимосвязаны с определенными элементами моделируемого объекта. Формирование таких матриц достигается за счет определенной нумерации элементов, причем их размещение в модели может быть произвольным. В замкнутости систем уравнений (5)-(9) легко убедиться поскольку сумма  $(e+m)$  выражает полное число узлов РС, а вместе с  $g$  ( количество контуров) равно общему количеству участков ( $n_1+n_2 = n$ ).

### **Заключение**

Модель (5)-(9) является качественно новым научным результатом формализации задач анализа потокораспределения ЦП. Характерно, что она содержит в своей основе все известные до сих пор модели установившегося потокораспределения в объектах с регулируемыми параметрами, причем не только с фиксированными ГУ энергоузлов, что соответствует унифицированной РС, но и модель для бинарной схемы. Обобщающие свойства аналогов этой модели отмечаются для систем с сосредоточенными параметрами в [4] и она по праву получила название универсальной модели потокораспределения. эволюция универсальной

модели установившегося потокораспределения ЦП в виде (5)-(9) допускает применение не только к ПК, но и любым другим системам.

На этом основании модель (5)-(9) можно считать обобщенно-упорядоченной формой представления частных моделей потокораспределения ЦП при описании исследуемого объекта как цепи с регулируемыми параметрами при переменной диссипации ЦП.

### **Литература**

1. Евдокимов, А.Г. Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях / А.Г. Евдокимов, А.Д. Тевяшов, В.В. Дубровский. – М.: Стройиздат, 1990. – 368 с.
2. Квасов, И.С. Статистическое оценивание состояния трубопроводных систем на основе функционального эквивалентирования / И.С. Квасов, М.Я. Панов, С.А. Сазонова // Изв. вузов. Строительство. – 2000. - №4. – С. 100-105.
3. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
4. Панов, М.Я. Универсальная математическая модель потокораспределения инженерных сетей и условия ее совместимости с оптимизационными задачами / М.Я. Панов, И.С. Квасов, А.М. Курганов // Изв. вузов. Строительство. – 1992. - №11-12. – С. 91-95.