УДК 519.816

5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы экономики (физико-математические науки, экономические науки)

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Ганичева Антонина Валериановна
к.ф.-м.н., доцент
SPIN-код: 9049-4545, AuthorID: 177856,
ORCID: 0000-0002-0224-8945
tgan55@yandex.ru
Тверская государственная сельскохозяйственная академия, Тверь, Россия

Ганичев Алексей Валерианович
старший преподаватель кафедры “Информатики и прикладной математики“,
SPIN-код: 4747-0880, AuthorID: 178091
ORCID: 0000-0003-3389-7582
alexej.ganichev@yandex.ru
Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия

Целью данной работы является рассмотрение появления в образовательных системах синергетического эффекта за счет оптимизации организации учебного процесса. В статье рассмотрен вопрос оптимизации учебных часов, используемых обучаемыми для изучения данной темы. Разработан метод максимизации суммарной полезности темы. Использован аппарат решения транспортной задачи с правильным и неправильным балансом. Рассмотрен поясняющий пример. Показана ситуация проведения контрольного мероприятия как биматричной игры. Предлагаемые в статье методы могут быть использованы не только в учебном процессе, но и в других сложных системах организационного управления

Ключевые слова: ТЕМА, ПОЛЕЗНОСТЬ, СИТУАЦИЯ, БИМАТРИЧНАЯ ИГРА, ВЫИГРЫШ, КОМПРОМИССНОЕ РЕШЕНИЕ, ТОЧКА РАВНОВЕСИЯ

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-196-020

UDC 519.816

5.2.2. Mathematical, statistical and instrumental methods of economics (physical and mathematical sciences, economic sciences)

SYNERGETIC EFFECT IN THE ORGANIZATION OF THE EDUCATIONAL PROCESS

Ganicheva Antonina Valerianovna
Cand.Phys-Math.Sci., associate Professor
RSCI SPIN-code: 9049-4545, AuthorID: 177856,
ORCID: 0000-0002-0224-8945
tgan55@yandex.ru
Tver state agricultural academy, Tver, Russia,

Ganichev Alexey Valerianovich
senior lecturer
RSCI SPIN-code: 4747-0880, AuthorID: 178091
alexej.ganichev@yandex.ru
Tver State Technical University, Tver, Russia,

The purpose of this work is to consider the appearance of a synergetic effect in educational systems by optimizing the organization of the educational process. The article considers the issue of optimizing the study hours used by students to study this topic. A method has been developed to maximize the total usefulness of the topic. The device for solving the transport problem with the correct and incorrect balance is used. An explanatory example is considered. The situation of conducting a control event as a bimatrical game is shown. The methods proposed in the article can be used not only in the educational process, but also in other complex organizational management systems

Keywords: TOPIC, UTILITY, SITUATION, BIMATRIC GAME, WIN, COMPROMISE SOLUTION, EQUILIBRIUM POINT

Введение

При организации учебного процесса необходимо учитывать тот факт, что преподаватель и учащийся (группа учащихся) образуют динамически развивающуюся систему. В данной работе эта система рассматривается в двух аспектах: планирование учебных часов и организация контрольных мероприятий (экзаменов, зачетов). Показано, что за счет оптимизации проведения данных мероприятий проявляется синергетический эффект в образовательной системе.

Материалы и методы

Преподаватель предлагает для изучения обучаемым определенные темы $A_i\,(i=\overline{1,n})$ (согласно ФГОС) в соответствии с учебным планом, при которой на изучение i-ой темы отводится a_i часов. Обучаемому (группе обучаемых) требуется определенное время $b_j\,(j=\overline{1,n})$ для изучения темы $B_j\,(j=\overline{1,n})$, и довольно часто это время не совпадает с временем, которое предлагает преподаватель. Известна полезность c_{ij} того, что при изучении j-ой темы используется материал i-ой темы. В терминах транспортной задачи $b_j\,(j=\overline{1,n})$ это заявки, $a_i\,(i=\overline{1,n})$ предложения, $x_{ij}\,(i,j=\overline{1,n})$ - часть часов, которая отводится на изучение каких-то фрагментов i-ой темы, используемых при изучении j-ой темы. Разумно считать, что $x_{ii}=min\{a_i,b_i\}$ $i=\overline{1,n}$. В самом деле, если $a_i>b_i$, то это означает, что обучаемому на изучение i-ой темы требуется меньше часов, чем предполагает преподаватель; если же $a_i<b_i$, то значит, что обучаемому на изучение i-ой темы требуется больше часов, чем отводит на эту тему преподаватель. Поэтому эти часы будут компенсироваться часами, отводимыми на другие темы, в которых используется или рассматривается материал, связанный с этой темой. Требуется определить переменные x_{ij} так, чтобы суммарная полезность $L=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\cdot x_{ij}$ была максимальной, здесь c_{ij} полезность, связанная с изучением i-ой и j-ой темы. Это задача

типа транспортной, которая решается, например, поэтапно методом “северо-западного угла” и методом ”потенциалов” [1].

Возникает вопрос: как оптимальным образом на основе статистических данных определить полезность c_{ij} $(i,j=\overline{1,n})$? В определенной бальной системе преподаватель и обучаемый (группа обучаемых) для изучаемой в данный период j-ой темы $(j=\overline{1,n})$ оценивают: 1) актуальность, 2) сложность данной темы (изучаемого вопроса), 3) новизну, 4) возможное использование, 5) насколько данная тема (данный вопрос) интересна (интересен).

Тогда оцениваемая полезность c_j изучения j-ой темы (j-го вопроса) оценивается как средняя арифметическая (возможно, взвешенная) полученных результатов оценивания. Для i-ой темы $(i=\overline{1,n})$, материал которой в данное время используется при изучении j-ой темы, вводится показатель целесообразности c^{*}_{ij} использования i- ой темы при изучении j-ой. Коэффициент полезности c_{ij} равен сумме $c_j+c^{*}_{ij}$ соответственно оценок c_j - j-ой темы (j-го вопроса), и показателя c^{*}_{ij}. Итак, в предложенной методике планирования используется синергетическое свойство: преподаватель и обучаемый (группа обучаемых) рассматриваются в системе, как при планировании часов, отводимых на каждую тему (учебный вопрос), так и при планировании общего количества часов по всем рассматриваемым темам (вопросам). Рассмотренная задача может быть сформулирована и в аспекте количества рассматриваемых вопросов (заданий) по данным темам. Эти количества также можно рассматривать в долях единицы.

Результаты их обсуждение

Рассмотрим пример. Курс по математике для специальности “Бухгалтерский учет, анализ и аудит” содержит в первом семестре 4 темы. В таблице 1 указаны часы, отводимые согласно программе на изучение этих тем (столбец “п”), и часы, необходимые для изучения этих тем данным студентом (строка “с”). На пересечении i-ой строки и j-го столбца указаны соответствующие полезности. В последнем столбце указана расчасовка согласно учебной программе, а в последней строке – расчасовка в соответствии с потребностью данного обучаемого.

Таблица 1

п \ с	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	10	6	6	9	12
A_2	0	10	0	7	18
A_3	0	0	10	8	26
A_4	0	9	6	10	28
b_j	10	20	28	26	

Отметим, что максимальное значение полезности целесообразно приписывать ситуации (A_i, B_i), когда преподаватель излагает тему A_i и студент, изучает эту же тему, которая условно для него обозначена через B_i. Для рассматриваемого примера из опроса преподавателя и обучаемых было условлено, что максимальное значение полезности равно 10 условных единиц, т. е. $max\, c_{ij} = 10$. Остальные полезности определяются с учетом важности темы B_j и целесообразности использования при ее изучении материала темы A_i $(i, j = \overline{1,4})$. Требуется так спланировать учебные часы $x_{ij}\,(i, j = \overline{1,4})$, чтобы общая сумма полезности $L = \sum\limits_{i=1}^{4}\sum\limits_{j=1}^{4} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \max$ при ограничениях:

$\sum\limits_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i \;\; (i = \overline{1,4})$, $\sum\limits_{i=1}^{4} x_{ij} = b_j \;\; (j = \overline{1,4})$, $x_{ii} = min\{a_i, b_i\}$, $i = \overline{1,4}$. Для решения данного примера использовалось средство “Поиск решения” MS Excel, которое дает следующий ответ x_{11}=10, $x_{13}=x_{42}$=2, x_{22}=18, $x_{33}=x_{44}$=26, $x_{12}=x_{14}=x_{21}=x_{23}=x_{24}=x_{31}=x_{32}=x_{34}=x_{41}=x_{43}=0$.

Замечание. Рассмотренный пример представляет собой транспортную задачу с правильным балансом ($\sum a_i=\sum b_j=84$). При неправильном балансе вводится соответствующая фиктивная тема [1] в столбце “п” или в строке ”с”.

За счет оптимизации часов изучения темы появляется синергетический эффект в сложной системе – повышается успеваемость.

На экзамене, зачете, контрольной работе важную роль играет априорная оценка сдачи. Поэтому преподавателю, исходя из личного опыта, целесообразно “проиграть” сдачу для каждого обучаемого, как с собственных позиций, так и с позиций обучаемого, т. е. рассматривать сдачу контрольного мероприятия как систему “преподаватель-обучаемый”. Один из возможных подходов заключается в следующем. Для данного студента (группы студентов) по каждой теме составляется биматричная игра типа: студент (с) сдает данную тему преподавателю (п), при этом стратегия $с_1$ означает что студент подготовился по этой теме, стратегия $с_2$ означает что он не подготовился по данной теме, стратегия $п_1$ – преподаватель поставит зачет по теме, $п_1$– преподаватель не поставит зачет. Используя данную шкалу $[-\alpha,\alpha]$, возможные ситуации можно представить следующими платежными матрицами:

студент

n_j / c_i	n_1	n_2
c_1	a_{11}	a_{12}
c_2	a_{21}	a_{22}

преподаватель

c_i / n_j	c_1	c_2
n_1	b_{11}	b_{12}
n_2	b_{21}	b_{22}

Здесь a_{ij} и b_{ij} $(i,j=1,2)$ - полезности соответствующих исходов.

В этих задачах необходимо найти компромиссное решение, которое удовлетворяло бы и преподавателя, и обучаемого, т.е. равновесную ситуацию, отклонение от которой уменьшает полезность ситуации.

Рассмотрим игру 2×2 с платежными матрицами $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$. Пусть $H_A(p,q)$ и $H_B(p,q)$ - средние выигрыши, которые вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} H_A(p,q) &= a_{11}p\cdot q + a_{12}p\cdot(1-q) + a_{21}(1-p)\cdot q + a_{22}(1-p)(1-q), \\ H_B(p,q) &= b_{11}p\cdot q + b_{12}p\cdot(1-q) + b_{21}(1-p)\cdot q + b_{22}(1-p)(1-q). \end{aligned} \quad (1)$$

Доказано, что всякая биматричная игра имеет хотя бы одну равновесную ситуацию [3], т.е. точку равновесия (p^*,q^*) в смешанных стратегиях такую, что $0\le p^*,q^*\le 1$ и для любых $0\le p\ ,q\le 1$ выполняются следующие неравенства:

$$\begin{cases} H_A(p,q^*)\le H_A(p^*,q^*); \\ H_B(p^*,q)\le H_B(p^*,q^*). \end{cases} \quad (2)$$

Можно показать, что система (2) эквивалентна системе соотношений:

$$\begin{cases} (p-1)\cdot(C_q-\alpha)\ge 0; \\ p\cdot(C_q-\alpha)\ge 0; \\ (q-1)\cdot(D\cdot p-\beta)\ge 0; \\ q\cdot(D\cdot p-\beta)\ge 0; \\ 0\le p,q\le 1. \end{cases} \quad \text{где} \quad \begin{aligned} &C=a_{11}-a_{12}-a_{21}+a_{22}; \\ &\alpha=a_{22}-a_{12}; \\ &D=b_{11}-b_{12}-b_{21}+b_{22}; \\ &\beta=b_{22}-b_{21}. \end{aligned} \quad (3)$$

Условие (3) является необходимым и достаточным условием равновесной ситуации, т.е. точка (p,q) является точкой равновесия тогда и только тогда, когда ее координаты удовлетворяют (3).

Таким образом, находятся активные стратегии $S_c^*=\{p^*,1-p^*\}$, $S_n^*=\{q^*,1-q^*\}$ и соответствующие средние выигрыши H_c и H_n. Из статистических данных определяются веса этих выигрышей: α_c и α_n.

тогда в качестве полезности сдачи данного контрольного мероприятия можно рассматривать среднее взвешенное значение выигрышей H_c и H_n: $(\alpha_c \cdot H_c + \alpha_n \cdot H_n)/(\alpha_c + \alpha_n)$.

Рассмотрим пример. Для оценки использовалась шкала [-3,3], возможные ситуации на зачете представлены платежными матрицами, у которых: $a_{11} = 3$, $a_{12} = 3$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 0$, $b_{11} = 3$, $b_{12} = -2$, $b_{21} = -2$, $b_{22} = -1$. Найдем: $C = 3+3-1+0 = 5$; $\alpha = 0+3 = 3$; $D = 3+2+2-1 = 6$; $\beta = -1+2 = 1$. Система (2) примет вид:

$$\begin{cases} (p-1)\cdot(5\cdot q-3) \ge 0; \\ p\cdot(5\cdot q-35) \ge 0; \\ (q-1)\cdot(6\cdot p-1) \ge 0; \\ q\cdot(6\cdot p-1) \ge 0. \end{cases} \qquad (4)$$

Возможны следующие случаи:

а) $p = 1$, тогда из (4) получаем $0 \ge 0; q \ge \frac{3}{5}$; $q \ge 1$; $q \ge 0$ т. е $q = 1$;

б) $p = 0$. Используя (4), получаем: $q \le \frac{3}{5}$; $q \le 1$; $q \le 0$ т. е $q = 0$;

в) $0 < p < 1$, тогда $\begin{cases} 5\cdot q - 3 \le 0, \\ 5\cdot q - 5 \ge 0, \end{cases}$ откуда $q = \frac{3}{5}$. Подставив $q = \frac{3}{5}$ во вторые два неравенства (4), получим $\begin{cases} 6p - 3 \le 0, \\ 6p - 3 \ge 0, \end{cases}$ т.е. $p = \frac{1}{2}$.

Следовательно, имеем 3 точки равновесия 1) $(1,1)$, 2) $(0,0)$, 3) $(\frac{1}{2},\frac{3}{5})$,

Соответствующие оптимальные стратегии игроков:

1) $S_c^* = \left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$, $S_n^* = \left\{\frac{3}{5},\frac{2}{5}\right\}$ - студент чередует стратегии с равной вероятностью, преподаватель применяет стратегию п$_1$ с вероятностью 3/5, стратегию п$_2$ с вероятностью 2/5;

2) $S_c^* = \{1,0\}$, $S_n^* = \{1,0\}$ - студент и преподаватель применяет только первую стратегию;

3) $S_c^* = \{0,1\}$, $S_n^* = \{0,1\}$ - студент и преподаватель применяет только вторую стратегию.

Найдем средние выигрыши при $\alpha_c = 1$ и $\alpha_n = 2$:

1) $H_c = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + 0 = \frac{2}{5}$; $H_n = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} - 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = -\frac{4}{5}$; среднее взвешенное будет: $(1 \cdot \frac{2}{5} - 2 \cdot \frac{4}{5})/(1+2) = -\frac{2}{5}$.

2) $H_c = 3 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 0 = 3$; $H_n = 3 \cdot 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \cdot 1 - 1 \cdot 0 \cdot 0 = 3$; среднее взвешенное будет: $(1 \cdot 3 + 2 \cdot 3)/(1+2) = 3$.

3) $H_c = 3 \cdot 0 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 0 + 0 = 0$; $H_n = 3 \cdot 0 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$; среднее взвешенное: $(1 \cdot 0 + 2 \cdot 1)/(1+2) = \frac{2}{3}$.

Таким образом, за счет оптимальных стратегий игроков проявляется синергетический эффект – повышается качество образования.

Заключение

Наибольшее среднее взвешенное соответствует случаю, когда преподаватель и студент оба придерживаются первой своей стратегии, т. е. студент готовится к зачету и преподаватель ставит ему зачет.

Таким образом, при оптимальной организации учебного процесса проявляется синергетический эффект в образовательной системе за счет организации взаимодействия преподавателя с обучаемыми.

Литература

1. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике. Учебное пособие. –М: ЮНИТИ, 2001, 407 с.
2. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Математическое программирование. Тверь: Тв ГТУ, 2017. - 87 с.
3. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. –Москва, 2002, 440 с.

References

1. Kremer N.Sh. Issledovanie operacij v jekonomike. Uchebnoe posobie. –M: JuNITI, 2001, 407 s.
2. Ganichev A.V., Ganicheva A.V. Matematicheskoe programmirovanie. Tver': Tv GTU, 2017. 87 s.
3. Shikin E.V., Chhartishvili A.G. Matematicheskie metody i modeli v upravlenii. –Moskva, 2002, 440 s.