

УДК 338.436.33

UDC 338.436.33

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)

05.13.18 - Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences)

**О ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ АКУСТИЧЕСКОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ ВЯЗКОУПРУГОГО МАТЕРИАЛА ПЛАСТИН С УЧЕТОМ ЕГО ФИЗИЧЕСКОЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ**

**ON THE WAY TO INCREASE THE ACCURACY OF ACOUSTIC DEFECTOSCOPY OF THE VISCOELASTIC MATERIAL OF PLATES TAKING INTO ACCOUNT ITS PHYSICAL AND GEOMETRIC NONLINEARITY**

Аршинов Георгий Александрович  
д. т. н., профессор

Arshinov Georgy Aleksandrovich  
Dr.Sci.Tech., Professor

*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Лаптев Сергей Владимирович  
к.ф.-м.н., доцент

Laptev Sergey Vladimirovich  
Cand.Phys.-Math.Sci., associate professor

*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Один из способов обеспечения устойчивости элементов конструкций в виде вязкоупругих пластин состоит в увеличении точности неразрушающих акустических приемов диагностики микрповреждений структуры материала путем математического моделирования возникновения деформационных волн в пластинах с учетом реальных нелинейных свойств материалов и применения для анализа строгих методов. Необходимо путем изучения динамики физически и геометрически нелинейных вязкоупругих пластин с помощью математических моделей, учитывающих нелинейную ползучесть материалов, найти более точные величины волновых характеристик для совершенствования акустического поиска скрытых микрповреждений в материале пластин

One of the ways to ensure the stability of structural elements in the form of viscoelastic plates is to increase the accuracy of non-destructive acoustic methods for diagnosing microdamages in the material structure by mathematical modeling of the occurrence of deformation waves in the plates, taking into account the real nonlinear properties of materials and using rigorous methods for analysis. It is necessary, by studying the dynamics of physically and geometrically nonlinear viscoelastic plates using mathematical models that take into account the nonlinear creep of materials, to find more accurate values of the wave characteristics to improve the acoustic search for hidden microdamages in the material of the plates

Ключевые слова: ПЛАСТИНЫ, ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИЙ, ПРОЧНОСТЬ, АКУСТИЧЕСКИЙ ПОИСК МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ, ВЯЗКОУПРУГОСТЬ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, ВОЛНОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ, УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Keywords: PLATES, STRUCTURAL ELEMENTS, STRENGTH, ACOUSTIC SEARCH FOR MICRODAMAGES, VISCOELASTICITY, NONLINEAR WAVES, WAVE CHARACTERISTICS, EQUATIONS OF MOTION

<http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-183-002>

Пластины из физически и геометрически нелинейных материалов с наследственными свойствами часто являются элементами конструкций различных сооружений в качестве оснований, перекрытий, стен и перегородок.

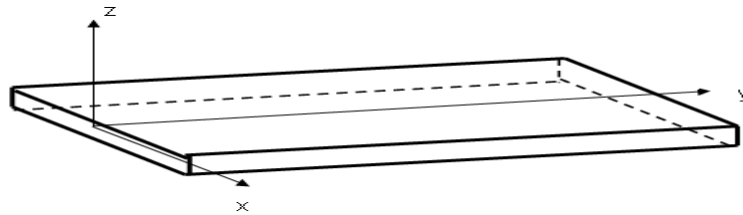
<http://ej.kubagro.ru/2022/09/pdf/02.pdf>

Успешная эксплуатация таких сооружений зависит от их прочности, которая снижается присутствием невидимых микрповреждений структуры материала, поскольку в окрестности микродефектов происходит концентрация напряжений, способная вызвать процесс разрушения конструкций, сопровождающегося существенным экономическим и экологическим ущербом, поэтому актуальной научной проблемой является повышение эксплуатационной надежности нелинейных вязкоупругих конструкций.

Один из способов обеспечения устойчивости элементов конструкций в виде физически и геометрически нелинейных вязкоупругих пластин состоит в увеличении точности неразрушающих акустических приемов поиска микронарушений структуры материала путем математического моделирования возникновения деформационных волн в пластинах с учетом реальных свойств материалов и применения для анализа строгих методов исследования[1-5].

Необходимо путем исследования динамики физически и геометрически нелинейных вязкоупругих пластин с помощью математических моделей, учитывающих нелинейную ползучесть материалов, найти более точные величины волновых характеристик, применяемых в акустической диагностике скрытых микронарушений в материале пластин[5-16].

Рассмотрим не подверженную внешней нагрузке неограниченную пластину с поперечным размером  $2h$ , в срединной плоскости которой расположены оси  $x, y$  координатной системы, а ось  $z$  – перпендикулярна осями  $x, y$ . (рис. 1).



**Рис. 1. Бесконечная пластина**

Построим и исследуем математическую модель распространения в пластине продольных физически и геометрически нелинейных деформационных волн, полагая, что материал пластины обладает вязкоупругими наследственными свойствами.

Предполагаем, что в пластине происходят симметричные по толщине мало частотные колебания, для которых вектор перемещений можно задать с помощью следующих кинематических соотношений:

$$u_1 = u(x, y, t); \quad u_2 = v(x, y, t); \quad u_3 = z \cdot w(x, y, t). \quad (1)$$

причем функциональные зависимости  $u(x, y, t)$  и  $v(x, y, t)$  описывают перемещения по осям  $x, y$ , а функция  $w(x, y, t)$  задает их по оси  $z$ .

Воспользуемся тензором Грина и функциями (1) для вычисления составляющих тензора больших деформаций.

Применим соотношения физически нелинейной теории наследственности при задании свойств материала, из которого изготовлена пластина:

$$s_{ij}(t) = 2\mu[e_{ij}(t) - \alpha \int_{-\infty}^t e^{-\beta(t-\tau)} (1 + \gamma \epsilon_u^2(\tau)) e_{ij}(\tau) d\tau];$$

$$\sigma(t) = K[\theta(t) - \alpha \int_{-\infty}^t e^{-\beta(t-\tau)} \theta(\tau) d\tau].$$

(2)

Рассчитаем вариации деформаций  $\delta \epsilon_{ij}$  и воспользуемся вариационным принципом виртуальных перемещений, в итоге получим интегро-дифференциальные уравнения движения физически и геометрически нелинейной пластины:

$$2h\rho \ddot{u} = \int_{-h}^h \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [(1 + u_x)(A_1 + B_{11}) + B_{12}u_y] + \frac{\partial}{\partial y} [u_y(A_1 + B_{22}) + B_{12}(1 + u_x)] \right\} dz;$$

$$2h\rho \ddot{v} = \int_{-h}^h \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [v_x(A_1 + B_{11}) + B_{12}(1 + v_y)] + \frac{\partial}{\partial y} [(1 + v_y)(A_1 + B_{22}) + B_{12}v_x] \right\} dz;$$

$$\frac{2h^3}{3} \rho \ddot{w} = \int_{-h}^h \left\{ -(k + w)(A_1 + B_{33}) - z(B_{13}w_x + B_{23}w_y) + \right.$$

(3)

$$\left. + \frac{\partial}{\partial x} [z^2 w_x (A_1 + B_{11}) + B_{12}z^2 w_y + B_{13}z(1 + w)] + \frac{\partial}{\partial y} [z^2 w_y (A_1 + B_{22}) + B_{12}z^2 w_x + B_{23}z(1 + w)] \right\} dz,$$

где

$$A_1 = K(\theta - \alpha \int_{-\infty}^t e^{-\beta(t-\tau)} \theta(\tau) d\tau);$$

(4)

$$B_{ij} = 2\mu(\epsilon_{ij} - \alpha \int_{-\infty}^t e^{-\beta(t-\tau)} (1 + \gamma \epsilon_u^2) \epsilon_{ij} d\tau).$$

(5)

Путем представления зависимостей  $\theta(\tau)$ ,  $(1 + \gamma\epsilon^2)\epsilon_{ij}(\tau)$  от времени рядом Тейлора по степеням  $(t - \tau)$  и выполнения интегрирования перейдем от интегральных операторов к дифференциальным в равенствах (4), (5).

Для материалов с быстро затухающими нелинейными наследственными свойствами, при которых выполняется неравенство  $\beta t \gg 1$ , получим аппроксимации

$$A_1 \approx \lambda_1 \theta; \quad B_{ij} \approx 2\mu_1 \epsilon_{ij}.$$

$$\text{Операторы } \lambda_1 = K\left[1 - \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial t}\right]; \quad \mu_1 = \mu\left[1 - \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial t}\right]$$

действуют на произвольную функцию  $\varphi(t)$  следующим образом:

$$\lambda_1 \varphi = K\left[\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)\varphi + \frac{\alpha}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial t} \varphi\right]; \quad \mu_1 \varphi = \mu\left[\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)\varphi + \frac{\alpha}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial t} \varphi\right].$$

Для упрощения выведенных уравнений в перемещениях воспользуемся асимптотическими разложениями в безразмерных переменных:

$$u = Au^*; \quad v = Av^*; \quad w = hw^*;$$

$$\xi = \frac{x}{L} - \frac{c}{L}t; \quad \eta = \sqrt{\epsilon} \frac{y}{L}; \quad \chi = \epsilon \frac{x}{L}.$$

где  $A$ ,  $L$  – обозначения амплитуды и длины волны соответственно колебаний точек пластины.

Рассмотрим волны с малой амплитудой и большой длины, вводим малый волновой параметр  $\epsilon = \frac{A}{L}$ . Неизвестные функции перемещений заменим их асимптотическими представлениями по параметру  $\epsilon$ .

$$\text{Предположим, что параметры } \epsilon = \frac{A}{L}, \quad \frac{\alpha c}{\beta^2 L}, \quad \frac{h^2}{L^2} \text{ являются малыми}$$

величинами с одним порядком малости, а константа  $\gamma$  имеет порядок  $\frac{1}{\epsilon}$ .

С учетом введенных отношений порядков первые члены асимптотических разложений дают следующие уравнения:

$$\rho c^2 u_{0\xi\xi} = (\lambda_2 + 2\mu_2) u_{0\xi\xi} + \lambda_2 k w_{0\xi};$$

(6)

$$\lambda_2 k u_{0\xi\xi} + (\lambda_2 + 2\mu_2) k^2 w_0 = 0.$$

(7)

причем

$$w_0 = -\frac{\lambda_2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)} u_{0\xi},$$

(8)

а константы  $\lambda_2 = \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)\lambda$  и  $\mu_2 = \mu\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right)$ .

Формулу для скорости волны продольной деформации пластины получим при применении соотношений (6) и (8)

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( \lambda_2 + 2\mu_2 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_2 + 2\mu_2} \right)}.$$

(9)

Вторые компоненты асимптотических представлений позволяют получить уравнения:

$$\begin{aligned} & 2(\lambda_2 + 2\mu_2) u_{0\xi\chi} + (\lambda_2 + \mu_2) v_{1\xi\eta} + \mu_2 u_{0\eta\eta} + \lambda_2 k w_{0\chi} + 3(\lambda_2 + \\ & + 2\mu_2) u_{0\xi} u_{0\xi\xi} + \lambda_2 w_0 w_{0\xi} + \lambda_2 k (u_{0\xi} w_0)_\xi + \frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L\varepsilon} (2u_{0\xi\xi\xi} - k w_{0\xi\xi}) - \\ & - \frac{16}{9} \mu\gamma \frac{\varepsilon\alpha}{\beta} u_{0\xi}^2 u_{0\xi\xi} + \lambda_2 k w_{1\xi} - \rho c^2 u_{1\xi\xi} + (\lambda_2 + 2\mu_2) u_{1\xi\xi} = 0; \end{aligned}$$

(10)

$$\rho c^2 v_{1\xi\xi} = (\lambda_2 + \mu_2) u_{0\xi\eta} + \mu_2 v_{1\xi\xi} + \lambda_2 k w_{0\eta};$$

(11)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \frac{\rho c^2 h^2}{L^2 \varepsilon} w_{0\xi\xi} = & -\lambda_2 k (u_{0\chi} + v_{1\eta}) + \\ \frac{1}{3} \frac{\mu_2 h^2}{L^2 \varepsilon} w_{0\xi\xi} - \frac{3}{2} (\lambda_2 + 2\mu_2) k w_0^2 - & \\ - \frac{1}{2} \lambda_2 (k u_{0\xi}^2 + 2w_0 u_{0\xi}) - \lambda_2 k (u_{1\xi} + k w_1) - 2\mu_2 k^2 w_1^2 + & \\ + \frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L \varepsilon} (k u_{0\xi\xi} - 2k^2 w_{0\xi}). & \end{aligned}$$

(12)

Произведем интегрирование равенства (12) по  $\xi$  и с учетом (8) получаем условие  $v_{1\xi} = u_{0\xi}$ .

Используя последнее условие и (8), применим операцию дифференцирования по  $\xi$  к равенству (12), получим:

$$\begin{aligned} \lambda_2 k u_{1\xi\xi} + k^2 (\lambda_2 + 2\mu_2) w_{1\xi} = & \frac{1}{3} \frac{\lambda_2 h^2 (\rho c^2 - \mu_2)}{L^2 \varepsilon k (\lambda_2 + 2\mu_2)} u_{0\xi\xi\xi\xi} - \\ - \lambda_2 k u_{0\xi\chi} - \lambda_2 k u_{0\eta\eta} - \left[ \lambda_2 k + \frac{\lambda_2^2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)} \right] u_{0\xi} u_{0\xi\xi} + & \\ \frac{2\mu\alpha c k}{3\beta^2 L \varepsilon} \left( 1 + \frac{2\lambda_2}{\lambda_2 + 2\mu_2} \right) u_{0\xi\xi\xi}. & \end{aligned}$$

(13)

Применяя формулу (10), установим, что при сложение трех последних слагаемых в уравнении (11) получается сумма, равная левой

части соотношения (13), умноженной на величину  $\frac{\lambda_2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)}$ , в итоге получаем равенство:

$$\begin{aligned}
 & -(\lambda_2 k + \frac{\lambda_2^2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)})u_{0\xi}u_{0\xi\xi} + \frac{2\mu\alpha ck}{3\beta^2 L\varepsilon} (1 + \frac{2\lambda_2}{\lambda_2 + 2\mu_2})u_{0\xi\xi\xi} + \\
 & + 2(\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi\chi} + (\lambda_2 + \mu_2)v_{1\xi\eta} + \mu_2 u_{0\eta\eta} + \lambda_2 k w_{0\chi} + \\
 (14) \quad & + 3(\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi}u_{0\xi\xi} + \lambda_2 w_0 w_{0\xi} + \lambda_2 k \frac{\partial}{\partial \xi} (u_{0\xi} w_0) + \\
 & + \frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L\varepsilon} (2u_{0\xi\xi\xi} - k w_{0\xi\xi}) - \frac{16}{9} \mu\gamma \frac{\varepsilon\alpha}{\beta} u_{0\xi}^2 u_{0\xi\xi} = 0.
 \end{aligned}$$

В уравнении (14) применим обозначения

$$\begin{aligned}
 u_{0\xi} &= \psi, & b &= \frac{\lambda_2^2 h^2 (3\lambda_2 + 2\mu_2)}{24k^2 l^2 \varepsilon (\lambda_2 + 2\mu_2)^2 (\lambda_2 + \mu_2)}, \\
 d &= \frac{\mu\alpha c (3\lambda_2^2 + 6\lambda_2\mu_2 + 4\mu_2^2)}{6\beta^2 l \varepsilon \mu_2 (\lambda_2 + 2\mu_2) (\lambda_2 + \mu_2)}, \\
 m &= -\frac{16}{9} \mu\gamma \frac{\varepsilon\alpha}{\beta},
 \end{aligned}$$

в результате чего оно примет вид модифицированного эволюционного уравнения Кадомцева – Петвиашвили – Бюргерса, которое позволяет описать распространение физически и геометрически нелинейных уединенных продольных деформационных волн в пластине, выполненной из материала с наследственными свойствами:

$$(\psi_\chi + \frac{3}{2} \psi\psi_\xi + b\psi_{\xi\xi\xi} + d\psi_{\xi\xi} - m\psi^2\psi_\xi)_\xi = -\frac{1}{2} \psi_{\eta\eta}, \tag{15}$$

Предлагаемые геометрические, физические и волновые параметры деформации пластины могут позволить уточнить и тем самым



повысить точность акустического обнаружения скрытых микронарушений структуры в наследственном материале, в окрестности которых возможно разрушение нелинейных вязкоупругих пластин.

### Список литературы

1. Аршинов Г. А. Совершенствование акустических методов диагностики скрытых микродефектов и эксплуатационная надежность вязкоупругих элементов конструкций / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар : КубГАУ, 2019. – № 154. – С. 84–93.

2. Аршинов Г. А. Уточнение акустических методов регистрации микродефектов материала на основе исследования нелинейных волн деформаций в вязкоупругих стержнях / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар : КубГАУ, 2020. – № 162. – С. 37–53.

3. Информационная безопасность : учеб. пособие / В. И. Лойко, В. Н. Лаптев, Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев. – Краснодар: КубГАУ, 2020. – 332 с.

4. Аршинов Г. А. Стратегия и тактика использования МАУ ОС в деятельности АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, С. В. Лаптев // Трансформация социально-экономического пространства России и мира : сб. статей Международной научно-практической конференции / под ред. Г. Б. Клейнера, Х. А. Константиныди, В. В. Сорокожердьева, З. М. Хашевой. – 2020. – С. 131–135.

5. Г. А. Аршинов. Нелинейная математическая модель ценообразования продукции перерабатывающего предприятия / Г. А. Аршинов, В. В. Степанов, С. В. Лаптев, И. А. Мануйлов // Автоматизированные информационные и электроэнергетические системы : материалы II Межвузовской научно-практической конференции. – Краснодар: КубГТУ, 2012. – С. 38–40.

6. Анализ условий образования эффективных объединений предприятий молочно подкомплекса АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар: КубГАУ, 2017. – № 132. – С. 128–155.

7. Аршинов Г. А. [Оценка экономической и эксплуатационной надежности строительных сооружений на основе исследования волновых характеристик нелинейных вязкоупругих стержневых элементов конструкций](#) / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар : КубГАУ, 2019. – № 153. – С. 113–122.

8. Лаптев В. Н. Разработка адаптивной матрицы типовых знаний для инвестиционного управления АПК / В. Н. Лаптев, Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев, Т. В. Лукьяненко, Е. В. Фешина // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар : КубГАУ, 2020. – № 164. – С. 36–54.

9. Аршинов Г. А. Анализ оборота капитала и цены на готовую продукцию в интегрированных объединениях АПК / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев, В. Г. Аршинов // [Новые технологии](#). – 2018. – № 4. – С. 96–101.

10. Аршинов В. Г. Функция скорости спроса и оборот вложенного капитала в интеграционных структурах АПК / В. Г. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : сб. статей II Всероссийской научно-практической конференции. – 2006 – С. 7–9.

11. Г. А. Аршинов. Математическое моделирование отношений партнеров в современных формах интеграции сельскохозяйственных товаропроизводителей и перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // [Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета](#). – Краснодар : КубГАУ, 2017. – № 130. – С. 1137–1159.

12. Аршинов Г. А. Математическое моделирование экономической деятельности перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции; отв. ред. С. А. Вызулин, Е. В. Михайленко, Ю. Н. Сопильняк. – Краснодар : КубГАУ, 2013. – С. 24–27.

13. Г. А. Аршинов. Причины, препятствующие созданию эффективных объединений предприятий молочного подкомплекса АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – № 123. – С. 1422–1443.

14. Г. А. Аршинов. Анализ современных форм интеграции сельскохозяйственных товаропроизводителей и перерабатывающих предприятий АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – № 123. – С. 1392–1421.

15. Аршинов Г. А. Математическое моделирование экономической деятельности перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции; отв. ред. С. А. Вызулин, Е. В. Михайленко, Ю. Н. Сопильняк. – Краснодар : КубГАУ, 2013. – С. 24–27.

16. Лаптев С.В. Разработка информационных систем на базе web-технологий: учеб. пособие / С.В. Лаптев, В.Н. Лаптев, Г.А. Аршинов – Краснодар: КубГАУ, 2021. – 175 с.

## References

1. Arshinov G. A. Sovershenstvovanie akusticheskikh metodov diagnostiki skrytykh mikrodefektov i ekspluatatsionnaya nadezhnost' vyazkouprugih elementov konstrukcij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoy elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2019. – № 154. – S. 84–93.

2. Arshinov G. A. Utochnenie akusticheskikh metodov registratsii mikrodefektov materiala na osnove issledovaniya nelinejnyh voln deformacij v vyazkouprugih sterzhnyah / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoy elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2020. – № 162. – S. 37–53.

3. Informacionnaya bezopasnost' : ucheb. posobie / V. I. Lojko, V. N. Laptev, G. A. Arshinov, S. V. Laptev. – Krasnodar: KubGAU, 2020. – 332 s.

4. Arshinov G. A. Strategiya i taktika ispol'zovaniya MAU OS v deyatel'nosti APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, S. V. Laptev // Transformaciya social'no-ekonomicheskogo prostranstva Rossii i mira : sb. statej Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii / pod red. G. B. Klejnera, H. A. Konstantinidi, V. V. Sorokozherd'eva, Z. M. Hashevoj. – 2020. – S. 131–135.

5. G. A. Arshinov. Nelinejnaya matematicheskaya model' cenoobrazovaniya produkcii pererabatyvayushchego predpriyatiya /

G. A. Arshinov, V. V. Stepanov, S. V. Laptev, I. A. Manujlov // Avtomatizirovannye informacionnye i elektroenergeticheskie sistemy : materialy II Mezhvuzovskoj nauchno-prakticheskoy konferencii. – Krasnodar: KubGTU, 2012. – S. 38–40.

6. Analiz uslovij obrazovaniya effektivnyh ob"edinenij predpriyatij molochnogo podkompleksa APK / G. A. Arshinov,

V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – № 132. – S. 128–155.

7. Arshinov G. A. Ocenka ekonomicheskoy i ekspluatacionnoj nadezhnosti stroitel'nyh sooruzhenij na osnove issledovaniya volnovyh harakteristik nelinejnyh vyazkouprugih sterzhnevnyh elementov konstrukcij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2019. – № 153. – S. 113–122.

8. Laptev V. N. Razrabotka adaptivnoj matricy tipovyh znaniy dlya investicionnogo upravleniya APK / V. N. Laptev,

G. A. Arshinov, S. V. Laptev, T. V. Luk'yanenko, E. V. Feshina // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2020. – № 164. – S. 36–54.

9. Arshinov G. A. Analiz oborota kapitala i ceny na gotovuyu produkciyu v integrirovannyh ob"edineniyah APK / G. A. Arshinov, S. V. Laptev, V. G. Arshinov // Novye tekhnologii. – 2018. – № 4. – S. 96–101.

10. Arshinov V. G. Funkciya skorosti sprosa i oborot vlozhennogo kapitala v integracionnyh strukturah APK / V. G. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i informacionno-tekhnicheskie sredstva : sb. statej II Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii. – 2006 – S. 7–9.

11. G. A. Arshinov. Matematicheskoe modelirovanie otnoshenij partnerov v sovremennyh formah integracii sel'skohozyajstvennyh tovaroproizvoditelej i pererabatyvayushchih predpriyatij / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2017. – № 130. – S. 1137–1159.

12. Arshinov G. A. Matematicheskoe modelirovanie ekonomicheskoy deyatel'nosti pererabatyvayushchih predpriyatij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i informacionno-tekhnicheskie sredstva : materialy IX Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii; otv. red. S. A. Vyzulin, E. V. Mihajlenko, Yu. N. Sopil'nyak. – Krasnodar : KubGAU, 2013. – S. 24–27.

13. G. A. Arshinov. Prichiny, prepyatstvuyushchie sozdaniyu effektivnyh ob"edinenij predpriyatij molochnogo podkompleksa APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – № 123. – S. 1422–1443.

14. G. A. Arshinov. Analiz sovremennyh form integracii sel'skohozyajstvennyh tovaroproizvoditelej i pererabatyvayushchih predpriyatij APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj elektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – № 123. – S. 1392–1421.
15. Arshinov G. A. Matematicheskoe modelirovanie ekonomicheskoy deyatel'nosti pererabatyvayushchih predpriyatij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i informacionno-tehnicheskie sredstva : materialy IX Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii; otv. red. S. A. Vyzulin, E. V. Mihajlenko, Yu. N. Sopil'nyak. – Krasnodar : KubGAU, 2013. – S. 24–27.
16. Laptev S.V. Razrabotka informacionnyh sistem na baze web-tehnologij: ucheb. posobie / S.V. Laptev, V.N. Laptev, G.A. Arshinov – Krasnodar: KubGAU, 2021. – 175 s.