

УДК 631.319

UDC 631.319

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ПРОЦЕССА РАБОТЫ  
КОМБИНИРОВАННОГО  
ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕГО АГРЕГАТА**

**MATHEMATICAL MODELLING OF PROCESS  
OF WORK OF THE COMBINED SOIL-  
CULTIVATING UNIT**

Аушев Магомед Хусеинович  
доцент

Aushev Magomet Huseinovich  
associate professor

Хамхоев Батыр Израилович  
старший преподаватель  
*Ингушский государственный университет,  
Назрань, Россия*

Hamhoev Batyr Izrailovich  
senior lecturer  
*Ingush state university, Nazran, Russia*

Хажметов Лиуан Мухажевич  
д.т.н., профессор

Hazhmetov Liuan Muhazhevich  
Dr.Sci.Tech., professor

Шекихачев Юрий Ахметханович  
д.т.н., профессор

Shekihachev Yury Ahmethanovich  
Dr.Sci.Tech., professor

Кишев Мухамед Азреталиевич  
к.т.н., доцент

Kishev Muhamed Azretalievich  
Cand.Tech.Sci., associate professor

Эркенов Анзор Назирович  
к.т.н., доцент  
*Кабардино-Балкарский государственный аграрный  
университет им. В.М.Кокова, Нальчик, Россия*

Erkenov Anzor Nazirovich  
Cand.Tech.Sci., associate professor  
*Kabardino-Balkarian state agrarian university of  
V.M.Kokov, Nalchik, Russia*

Твердохлебов Сергей Анатольевич  
к.т.н., доцент  
*Кубанский государственный аграрный  
университет, Краснодар, Россия*

Tverdokhlebov Sergey Anatolevich  
Candidate of Technical Sciences, assistant professor  
*Kuban State Agrarian University,  
Krasnodar, Russia*

В статье рассмотрены вопросы математического моделирования комбинированного почвообрабатывающего агрегата. Получены теоретические зависимости и рациональные значения параметров и режимов работы агрегата

In the article, we have considered the questions of mathematical modeling of a combined soil-cultivating unit. Theoretical dependences and rational values of parameters and unit operating modes are received

Ключевые слова: АГРЕГАТ, ПОЧВА,  
ОБРАБОТКА, ПАРАМЕТРЫ, РЕЖИМЫ

Keywords: UNIT, SOIL, PROCESSING,  
PARAMETERS, MODES

Оптимальная ширина захвата агрегата для тракторов определённого тягового класса зависит от его удельного сопротивления, которое в большинстве случаев рассчитывается для установившегося режима работы. Однако, принимая во внимание то, что разрабатываемый комбинированный агрегат для предпосевной обработки почвы имеет несколько вращающихся рабочих органов, то есть система обладает зна-

чительной инерционностью, для более точного определения оптимальной ширины захвата рассмотрим динамику движения механической системы.

При поступательном движении агрегата на горизонтальной поверхности на него действуют следующие силы (рис. 1) [1, 2]: сила тяжести агрегата  $G_T$ , Н; тяговое усилие трактора  $P_T$ , Н; сопротивление почвы перемещению скребка  $P_{СК}$ , Н; сопротивление почвы перемещению прикатывающего катка  $P_{ПК}$ , Н; сопротивление почвы перемещению зубовой бороны  $P_{ЗБ}$ , Н.

Для упрощения рассуждений считаем, что в вертикальной плоскости равновесие агрегата обеспечивается тем, что действие вертикальных составляющих реакций почвы на рабочих органах компенсируются весом агрегата и что удельное сопротивление почвы и глубина обработки постоянны.

Для составления дифференциального уравнения движения агрегата воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q_x, \quad (1)$$

где  $T$  - кинетическая энергия системы;  $x$  - обобщённая координата;  $Q_x$  -

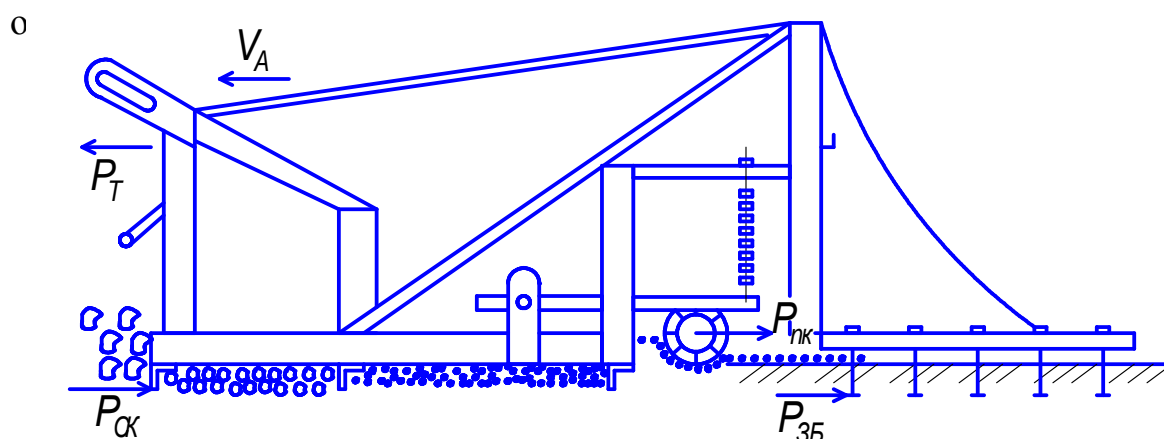


Рисунок 1 - Схема сил, действующих на рабочие органы комбинированного почвообрабатывающего агрегата

Кинетическая энергия по теореме Кенига определяется по выражению:

$$T_A = \frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{I_A \omega^2}{2}, \quad (2)$$

где  $m_A$  - масса агрегата, кг;  $V_A$  - скорость передвижения агрегата, м/с;  $I_A$  - момент инерции вращающихся частей агрегата, кг·м<sup>2</sup>;  $\omega$  - угловая скорость вращения относительно центра масс, с<sup>-1</sup>.

Кинетическая энергия комбинированного почвообрабатывающего агрегата находится по выражению:

$$T_A = T_{ПК} + T_{ПА}, \quad (3)$$

где  $T_{ПК}$  - кинетическая энергия прикатывающего катка;  $T_{ПА}$  - кинетическая энергия остальной массы агрегата, движущейся поступательно.

С учетом выражений, определяющих составляющие кинетической энергии, выражение (3) примет вид:

$$T_A = 0,5 \left( m_{ПК} + m_{Оч} + \frac{I_{ПК}}{r_{ПК}^2} \right) \dot{x}^2 = 0,5 k_1 \dot{x}^2,$$

где  $m_{ПК}$  и  $m_{Оч}$  - массы, соответственно, прикатывающего катка и остальной части агрегата, кг;  $I_{ПК}$  - момент инерции прикатывающего катка, кг·м<sup>2</sup>;  $r_{ПК}$  - радиус прикатывающего катка, м;  $k_1 = m_{ПК} + m_{Оч} + \frac{I_{ПК}}{r_{ПК}^2}$ .

Результаты дифференцирования следующие:

$$\frac{\partial T_A}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T_A}{\partial \dot{x}} = k_1 \dot{x}; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_A}{\partial \dot{x}} \right) = k_1 \ddot{x}.$$

Движущийся комбинированный почвообрабатывающий агрегат имеет одну степень свободы. С учетом этого принимаем за обобщенную координату этой системы неподвижную горизонтальную ось на

поверхности поля, вдоль которой осуществляется горизонтальное перемещение агрегата.

Работу действующих сил на возможных перемещениях, соответствующих перемещению  $\delta x$ , можно определить по выражению:

$$\delta A_x = F_x \delta x = P_T \delta x - P_{СК} \delta x - P_{ПК} \sin \varphi \delta x - P_{ЗБ} \delta x, \quad (4)$$

где  $P_T$  - тяговое усилие трактора, Н;  $P_{СК}$  - сопротивление почвы перемещению скребков, Н;  $P_{ПК}$  - сопротивление почвы перемещению прикатывающего катка, Н;  $P_{ЗБ}$  - сопротивление почвы перемещению зубовой бороны, Н.

Работу действующих сил на возможных перемещениях, соответствующих перемещению  $\delta x$ , можно определить по выражению:

$$\delta A_x = F_x \delta x = P_T \delta x - P_{СК} \delta x - P_{ПК} \sin \varphi \delta x - P_{ЗБ} \delta x, \quad (5)$$

где  $P_T$  - тяговое усилие трактора, Н;  $P_{СК}$  - сопротивление почвы перемещению скребков, Н;  $P_{ПК}$  - сопротивление почвы перемещению прикатывающего катка, Н;  $P_{ЗБ}$  - сопротивление почвы перемещению зубовой бороны, Н.

Условие скольжения частицы вдоль поверхности скребка можно записать следующим образом (см. рис. 2) [3, 4]:

$$N_{ТСК} > F_{ТР_{\max}}, \quad (6)$$

где  $N_{ТСК}$  - составляющая нормальной силы  $N_{СК}$  направленная по касательной к поверхности скребка, Н;  $F_{ТР_{\max}}$  - сила трения частицы почвы о сталь, Н.

Так как  $N_{ТСК} = N_{СК} \operatorname{tg} \beta_{СК}$  - составляющая нормальной силы  $N_{СК}$ , направленная по касательной к поверхности скребка, а  $F_{ТР_{\max}} = N_{СК} \operatorname{tg} \varphi_{ПС}$  - сила трения частицы о сталь, то условие скольжения запишется:

$$N_{ТСК} = N_{СК} \operatorname{tg} \beta_{СК} > N_{СК} \operatorname{tg} \varphi_{ПС} \text{ или } \beta_{СК} > \varphi_{ПС}, \quad (7)$$

где  $N_{СК}$  - нормальная сила давления скребка на частицу почвы, Н;  
 $\beta_{СК}$  - угол, образуемый нормалью поверхности скребка и направлением его движения, град;  $\varphi_{ПС}$  - угол трения частицы почвы о сталь, град.

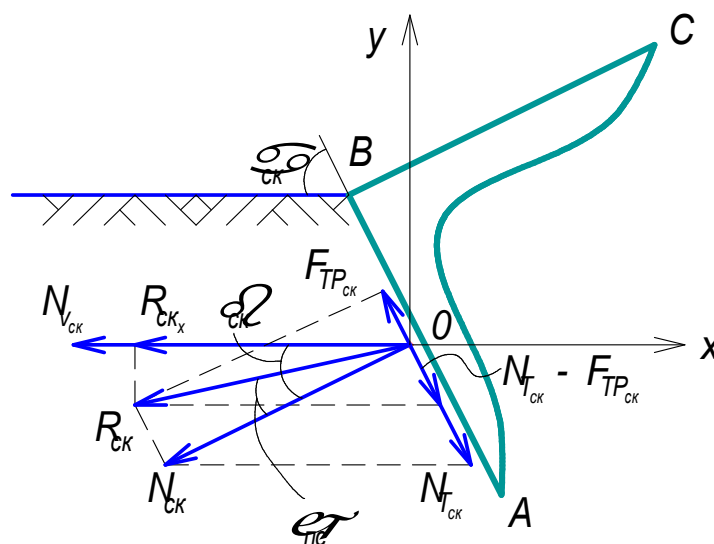


Рисунок 2 – Схема к исследованию взаимодействия скребка и частицы почвы

Так как  $\beta_{СК} = 90^{\circ} - \alpha_{СК}$  (см. рис. 2), то по условию скольжения

$$\alpha_{СК} < 90^{\circ} - \varphi_{ПС}, \quad (8)$$

где  $\alpha_{СК}$  - угол постановки поверхности скребка к направлению движения, град.

Для неоднородного материала, такого как почва, содержащая растительные остатки, необходимо учитывать углы трения каждого компонента, а определяющим будет наибольший угол, т.е. условие скольжения для неоднородного материала запишется [3, 4]:

$$\alpha_{СК} < \frac{\pi}{2} - \max(\varphi_{РО}, \varphi_{ПС}), \quad (9)$$

В большинстве случаев, угол трения растительных остатков (корней, соломы) о сталь  $\varphi_{РО}$  имеет значение меньше [4], чем величина

угла трения почвы о сталь  $\varphi_{ПС}$ , поэтому при выборе угла  $\nu$  достаточно знать величину угла трения почвы о сталь  $\varphi_{ПС}$ .

Усилию деформации почвы, противодействует сила нормального давления почвы на поверхность скребка, возникающая при деформировании почвы. Давление зависит от величины деформации и пропорционально коэффициенту объемного смятия:

$$\sigma_N = \chi \gamma_0, \text{ Па}, \quad (10)$$

где  $\chi$  - величина деформации почвы, м;  $\gamma_0$  - коэффициент объемного смятия, Н/м<sup>3</sup>.

При движении скребка в почве величина деформации почвы элементарной площадкой поверхности скребка будет зависеть от ее расположения. Максимальная величина деформации почвы  $\chi_{\max}$ , приближаясь к точке В (рис. 2), постепенно будет уменьшаться до 0, т.е. принимая значения от  $\chi_{\max} = \frac{h_{OB}}{\sin \alpha_{СК}}$  до  $\chi_{\min} = 0$  ( $h_{OB}$  - глубина обработки, м).

Таким образом, с учетом распределения величины деформации почвы по поверхности скребка, эпюра нормальных давлений примет вид прямоугольной пирамиды с высотой  $\sigma_{N_{\max}} = \chi_{\max} \gamma_0$  или  $\sigma_{N_{\max}} = \frac{h_{OB}}{\sin \alpha_{СК}} \gamma_0$ .

Для определения суммарной нормальной силы давления почвы на поверхность скребка, воспользуемся формулой:

$$N_{СК} = S_{СК} \sigma_{\max} = \ell_{СК} h_{СК} \sigma_{\max} = \frac{\gamma_0}{\sin \alpha_{СК}} \ell_{СК} h_{СК} h_{OB}, \text{ Н}, \quad (11)$$

где  $\ell_{СК}$  - длина скребка, м;  $h_{СК}$  - высота скребка, м.

Величина равнодействующей силы  $R_{СК}$  от нормальной силы  $N_{СК}$  и силы трения  $fN_{СК}$  определится выражением:

$$R_{СК} = \frac{N_{СК}}{\cos \varphi_{ПС}} = \frac{\gamma_0}{\cos \varphi_{ПС} \sin \alpha_{СК}} \ell_{СК} h_{СК} h_{OB}, \text{ Н}. \quad (12)$$

Силы  $R_{СК}, N_{СК}$ , а также ось  $OX$  располагаются в одной плоскости (рис. 2). Поэтому, проецируем силу  $R_{СК}$  на ось  $OX$  и получим тяговую составляющую силы  $R_{СК}$  - силу  $R_{СКx}$ .

Таким образом, величина сопротивления почвы перемещению скребка будет равна проекции равнодействующей силы  $R_{СК}$  на направление движения, т.е. на ось  $OX$ :

$$P_{СК} = R_{СКx} = R_{СК} \cos(\beta_{СК} - \varphi_{ПС}) = \frac{\cos(\beta_{СК} - \varphi_{ПС})}{\cos \varphi_{ПС} \cdot \sin \alpha_{СК}} \gamma_0 \ell_{СК} h_{СК} h_{ОБ}, \text{ Н.} \quad (13)$$

Тяговое сопротивление  $P_{ПК}$  перекачиванию прикатывающего катка определится по следующей зависимости [5]:

$$P_{ПК} = P_{КК} \left( 1 + \frac{3\psi}{4f^2} \right), \text{ Н.} \quad (14)$$

где  $P_{КК}$  - сопротивление перекачиванию при свободном качении прикатывающего катка, Н;  $\psi$  - коэффициент скольжения прикатывающего катка;  $f$  - коэффициент сопротивления перекачиванию катка при качении без скольжения.

В процессе прикатывания почвы каток перекачивается по поверхности со скольжением. При этом мгновенный центр скоростей располагается на продолжении вертикального диаметра катка. Поэтому для упрощения анализа движения катка В.П. Горячкин предложил наряду с действительным катком рассматривать условный каток большего радиуса, который катится без скольжения [3]. В этом случае мгновенный центр скоростей находится в нижней точке вертикального диаметра условного катка.

Радиус условного катка  $R_{УК}$ , на котором располагается мгновенный центр скоростей, можно определить из отношения фактически пройденного пути  $\ell_{ФП}$  к числу оборотов  $n_{ПК}$  прикатывающего катка, совершенных при прохождении этого пути:

$$R_{yк} = \frac{\ell_{\phi\Pi}}{2\pi m_{\Pi K}}, \text{ м.} \quad (15)$$

С учетом этого коэффициент скольжения прикатывающего катка определится по выражению:

$$\psi = \frac{R_{yк} - R_{PK}}{R_{PK}}, \quad (16)$$

где  $R_{yк}$  - условный радиус прикатывающего катка, м;  $R_{PK}$  - реальный радиус прикатывающего катка, м.

Коэффициент сопротивления перекачиванию катка при качении без скольжения можно рассчитать по выражению:

$$f = \frac{P_{KK}}{G_{\Pi K}}, \quad (17)$$

где  $G_{\Pi K}$  - вертикальная сила давления прикатывающего катка на почву, Н.

Сопротивление перекачиванию  $P_{KK}$  при свободном качении прикатывающего катка определяется по формуле Грандвуане-Горячкина [3]:

$$P_{KK} = \sqrt[3]{\frac{6G_{\Pi K}^4}{64\gamma_0 B_{\Pi K} R_{PK}^2}}, \text{ Н,} \quad (18)$$

где  $B_{\Pi K}$  - ширина прикатывающего катка, м.

Таким образом, тяговое сопротивление  $P_{\Pi K}$  перекачиванию прикатывающего катка с учетом выражения (18) определится по зависимости:

$$P_{\Pi K} = \left(1 + \frac{3\psi}{4f^2}\right) \sqrt[3]{\frac{6G_{\Pi K}^4}{64\gamma_0 B_{\Pi K} R_{PK}^2}}, \text{ Н.} \quad (19)$$

По аналогии с выражением (13) тяговое сопротивление перемещению зубовой бороны рассчитывается по выражению:

$$P_{ЗБ} = n_{ЗБ} \gamma_0 b_{ЗБ} h_{ЗБ}^2, \text{ Н,} \quad (20)$$



где  $n_{зБ}$  - количество зубьев зубовой бороны;  $b_{зБ}$  - ширина зуба, м;  $h_{зБ}$  - высота зуба, м.

Таким образом, выражение (5) примет вид:

$$\delta A_x = F_x \delta x = P_T \delta x - \frac{\cos(\beta_{СК} - \varphi_{ПС})}{\cos \varphi_{ПС} \sin \alpha_{СК}} \gamma_0 \ell_{СК} h_{СК} h_{ОБ} \delta x - \left(1 + \frac{3\psi}{4f^2}\right)^3 \sqrt{\frac{6G_{ПК}^4}{64\gamma_0 B_{ПК} R_{ПК}^2}} \delta x - n_{зБ} \gamma_0 b_{зБ} h_{зБ}^2 \delta x = P_T \delta x - k_2 \delta x, \quad (21)$$

где

$$k_2 = \frac{\cos(\beta_{СК} - \varphi_{ПС})}{\cos \varphi_{ПС} \sin \alpha_{СК}} \gamma_0 \ell_{СК} h_{СК} h_{ОБ} + \left(1 + \frac{3\psi}{4f^2}\right)^3 \sqrt{\frac{6G_{ПК}^4}{64\gamma_0 B_{ПК} R_{ПК}^2}} + n_{зБ} \gamma_0 b_{зБ} h_{зБ}^2. \quad (22)$$

В результате подстановки составляющих в уравнение Лагранжа второго рода имеем:

$$k_1 \ddot{x} = P_T - k_2. \quad (23)$$

Перепишем выражение (23) в виде:

$$k_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = P_T - k_2, \quad (24)$$

где  $t$  - время, с.

Отсюда:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P_T - k_2}{k_1}. \quad (25)$$

С учетом того, что

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (26)$$

выражение (23) примет вид:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P_T - k_2}{k_1}. \quad (27)$$

Интегрируем обе части выражения (27):

$$v = \frac{P_T - k_2}{k_1} t + C_1, \quad (28)$$

где  $C_1$  - произвольная постоянная.

Для начальных условий  $t = 0, v(0) = \dot{x}_0$  получим, что  $C_1 = \dot{x}_0$ . Тогда выражение (28) примет вид:

$$v = \dot{x}_0 + \frac{P_T - k_2}{k_1} t. \quad (29)$$

Из выражений (26) и (29) имеем:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}_0 + \frac{P_T - k_2}{k_1} t. \quad (30)$$

Интегрируем обе части выражения (27):

$$x = \dot{x}_0 t + \frac{P_T - k_2}{k_1} \cdot \frac{t^2}{2} + C_2, \quad (31)$$

Для начальных условий  $t = 0, x(0) = x_0$  получим, что  $C_2 = x_0$ . Тогда выражение (31) примет вид:

$$x = x_0 + \dot{x}_0 t + \frac{P_T - k_2}{k_1} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (32)$$

Анализ выражений (29) и (32) показывает, что наибольшее влияние на скорость комбинированного почвообрабатывающего агрегата оказывают удельное сопротивление почвы перемещению рабочих органов и их масса. Масса комбинированного почвообрабатывающего агрегата зависит от его конструктивных параметров, в частности, от ширины захвата рабочих органов. С учетом того, что снижение скорости движения агрегата ниже 2,5 м/с не допускается требованиями интенсивных технологий возделывания сельскохозяйственных культур, то можно для проведения предпосевной обработки дерново-подзолистой среднесуглинистой почвы, характерной для Кабардино-Балкарской Республики, при агрегатировании с трактором МТЗ-82 тягового класса 1,4

оптимальная ширина захвата комбинированного почвообрабатывающего агрегата составляет 4,3...4,6 м.

### Список использованной литературы

1. Пат. 107866 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> А 01 В 49/02. Комбинированный почвообрабатывающий агрегат / Б.Х. Жеруков, Ю.А. Шекихачев, Л.М. Хажметов, А.Х. Аушев, Д.У. Ашибоков, Ю.С. Афасижев; заявитель и патентообладатель Кабардино–Балкарская гос. сель. хоз. академия.– №2011112155/13; заявл. 30.03.11; опубл. 10.09.11, Бюл. №25. – 3 с. : ил.
2. Шекихачев, Ю.А. Влияние параметров и режимов работы комбинированного почвообрабатывающего агрегата на тяговое сопротивление / Материалы Международной научно-практической конференции «Современные проблемы, перспективы и инновационные тенденции развития аграрной науки», посвященная 85-летию со дня рождения члена-корреспондента РАСХН, д.в.н., профессора М.М. Джамбулатова.- Махачкала, 2010.- С.522-524.
3. Горячкин, В.П. Собрание сочинений: в 3 т. / В.П. Горячкин - М.: Колос, 1965.-755 с.
4. Кленин, Н.И. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины / Н.И. Кленин, В.А. Сакун, - М.: Колос, 1994. - 751 с: ил.
5. Мацепуро, М.Е. Укатывание торфяно-болотных почв / М.Е. Мацепуро, В.А. Новичихин // Вопросы земледельческой механики. - Мн., 1960. -т. IV. - С. 78-96.

### References

1. Pat. 107866 Rossijskaja Federacija, MPK<sup>7</sup> А 01 В 49/02. Kombinirovannyj pochvoobrabatyvajushhij agregat / B.H. Zherukov, Ju.A. Shekihachev, L.M. Hazhmetov, A.H. Aushev, D.U. Ashibokov, Ju.S. Afasizhev; zajavitel' i patentoobladatel' Kabardino–Balkarskaja gos. sel'. hoz. akad.– №2011112155/13; zajavl. 30.03.11; opubl. 10.09.11, Bjul. №25. – 3 s. : il.
2. Shekihachev, Ju.A. Vlijanie parametrov i rezhimov raboty kombinirovannogo pochvoobrabatyvajushhego agregata na tjagovoe soprotivlenie / Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Sovremennye problemy, perspektivy i innovacionnye tendencii razvitija agrarnoj nauki», posvjashhennaja 85-letiju so dnja rozhdenija chlena-korrespondenta RASHN, d.v.n., professora M.M. Dzhambulatova.- Mahachkala, 2010.- S.522-524.
3. Gorjachkin, V.P. Sobranie sochinenij: v 3 t. / V.P. Gorjachkin - M.: Kolos, 1965.-755 s.
4. Klenin, N.I. Sel'skohozjajstvennye i meliorativnye mashiny / N.I. Klenin, V.A. Sakun, - M.: Kolos, 1994. - 751 s: il.
5. Macepuro, M.E. Ukatyvanie torfjano-bolotnyh pochv / M.E. Macepuro, V.A. Novichihin // Voprosy zemledel'cheskoj mehaniki. - Mn., 1960. -t. IV. - S. 78-96.