

УДК 631.36-52

UDC 631.36-52

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ, ОБЛАДАЮЩИХ АСТАТИЗМОМ ИЗ-ЗА СЕРВОМОТОРА ПУТЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА С ДВОЙНЫМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ

OPTIMIZATION OF CONTROLLING SYSTEMS THAT POSSESS ASTATISM ON ACCOUNT OF ENGINE BY MEANS OF APPLYING DIGITAL CONTROLLER WITH DOUBLE DERIVATION

Пугачев Василий Иванович
к.т.н., доцент

Pugachev Vasilii Ivanovich
Cand.Tech.Sci., assistant professor

Пиотровский Дмитрий Леонидович
д.т.н., профессор, заведующий кафедрой автоматизации производственных процессов

Piotrovskiy Dmitriy Leonidovich
Dr.Sci.Tech., professor

Осокин Владимир Владимирович
к.т.н., доцент

Osokin Vladimir Vladimirovich
Cand.Rech.Sci., assistant professor

Хазнаферов Виктор Анатольевич
к.т.н., доцент
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар, Россия

Haznaferov Viktor Anatolievich
Cand.Tech.Sci., assistant professor.
Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia

В статье рассмотрены вопросы оптимизации систем цифрового управления, содержащих сервомотор. Рассмотрены вопросы использования различных законов регулирования. Даны практические рекомендации по использованию цифрового регулятора с двойным дифференцированием

The article is devoted to the point of optimizing the system of digital control, containing an engine. It is also devoted to the point of applying different laws of control. There are submitted practical recommendations on using the digital controller with double derivation

Ключевые слова: ЦИФРОВОЙ РЕГУЛЯТОР, СЕРВОМОТОР, ДВОЙНОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Keywords: DIGITAL CONTROLLER, ENGINE, DOUBLE DERIVATION

Многие системы управления используют сервомотор для перемещения регулирующего органа. При синтезе систем управления, оптимальных по определенным критериям, возникает вопрос, куда отнести сервомотор, к объекту или к регулятору? Если сервомотор отнести к объекту, то должна быть статическая ошибка при наличии возмущений, чего на практике не наблюдается. Кроме того, использование ПИ и ПИД –законов регулирования приводит к тому, что система будет обладать астатизмом второго порядка, что отрицательно сказывается как на устойчивости, так и на динамике замкнутой системы.

Данная работа позволяет найти правильное решение задачи и обеспечить улучшение качества управления по сравнению со стандартными методами оптимизации по расширенным амплитудно-фазовым характеристикам (РАФХ). Кроме того, в работе показаны преимущества непрерывных систем управления по сравнению с цифровыми, а также цифровых систем перед непрерывными.

Рассмотрим методику решения задачи на конкретном примере.

Пусть объект и сервомотор описываются следующими передаточными функциями:

$$W_o(p) = \frac{1.5}{6 \cdot p^3 + 11 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1}, \quad W_s(p) = \frac{1}{T_s \cdot p}$$

Отнесем сервомотор к объекту и проведем оптимизацию параметров промышленных регуляторов по расширенным амплитудно-фазовым характеристикам (РАФХ) [1].

$$\psi = 0.99, \quad m = \frac{-\ln(1 - \psi)}{2 \cdot \pi}, \quad m = 0.733$$

Примем $T_s = 20$ (ед. времени). Тогда передаточная функция объекта будет:

$$W_{os}(p) = W_o(p) \cdot W_s(p), \quad W_{os}(p) = \frac{.7500e-1}{(6 \cdot p^3 + 11 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1) \cdot p}$$

Обратная передаточная функция объекта:

$$W_{obs}(p) = \frac{1}{W_{os}(p)}, \quad W_{obs}(p) = 80.00 \cdot p^4 + 146.7 \cdot p^3 + 80.00 \cdot p^2 + 13.33 \cdot p$$

Обратная РАФХ объекта:

$$W_{obs}(i, w) = 80.00 \cdot w^4 \cdot i^4 - 234.5 \cdot w^4 \cdot i^3 + 257.7 \cdot w^4 \cdot i^2 - 126.0 \cdot w^4 \cdot i + 23.07 \cdot w^4 - 322.4 \cdot w^3 \cdot i^2 + 236.3 \cdot w^3 \cdot i - 57.73 \cdot w^3 + 80.00 \cdot w^2 \cdot i^2 + 146.7 \cdot w^3 \cdot i^3 - 117.3 \cdot w^2 \cdot i + 42.97 \cdot w^2 + 13.33 \cdot w \cdot i - 9.768 \cdot w$$

$$\text{Im}(W_{obs}(i, w)) = 108.5 \cdot w^4 + 89.60 \cdot w^3 - 117.3 \cdot w^2 + 13.33 \cdot w$$

$$G(w) = 108.5 \cdot w^4 + 89.60 \cdot w^3 - 117.3 \cdot w^2 + 13.33 \cdot w$$

$$G(w) \left| \begin{array}{l} \text{solve, w} \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1.566 \\ .1281 \\ .6122 \end{pmatrix}, \quad K_p = -\text{Re}(W_{obs}(i, .1281)) \text{ float, 4} \rightarrow 1.344$$

Примем оптимальный коэффициент усиления П - регулятора $K_p = 1.344$.

$$W_{zp}(p) = \frac{W_{os}(p) \cdot K_p}{1 + W_{os}(p) \cdot K_p}$$

$$W_{zp}(p) = \frac{.1008}{6 \cdot p^4 + 11 \cdot p^3 + 6 \cdot p^2 + 1 \cdot p + .1008}$$

$$H_{zp}(p) = \frac{W_{zp}(p)}{p}, \quad H_{zp}(p) = \frac{.1008}{(6 \cdot p^4 + 11 \cdot p^3 + 6 \cdot p^2 + 1 \cdot p + .1008) \cdot p}$$

$$H_{zp}(t) = 1. + .119 \cdot e^{(-.929)t} - .273 \cdot e^{(-.716)t} - .846 \cdot e^{(-.940e-1)t} \cdot \cos(.128 \cdot t) - 1.28 \cdot e^{(-.940e-1)t} \cdot \sin(.128 \cdot t)$$

Для ПИ- регулятора:

$$C1(w) = m \cdot \text{Im}(Wobs(i,w)) - \text{Re}(Wobs(i,w))$$

$$C0(w) = w \cdot (m^2 + 1) \cdot \text{Im}(Wobs(i,w))$$

$$w := 0., 0. + 0.001 .. 0.25$$

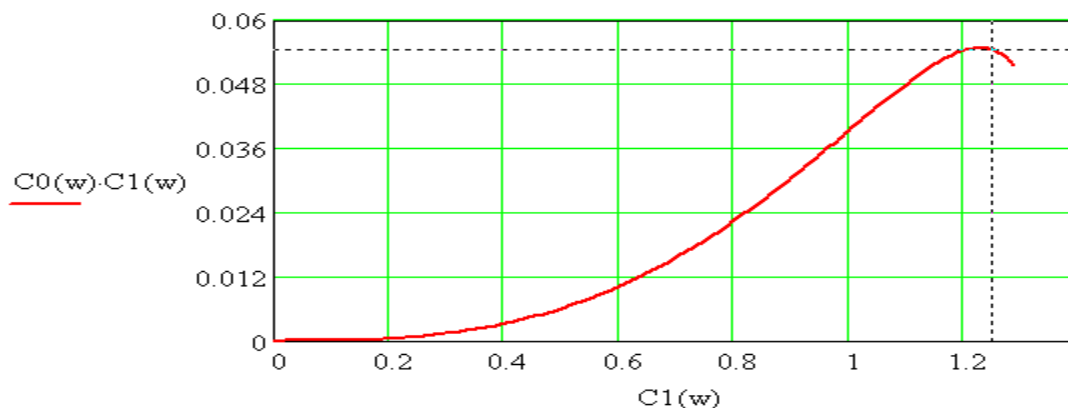


Рисунок 1 – График линии требуемой относительной степени затухания $\psi = 0,99$ для ПИ регулятора

Оптимальные параметры ПИ- регулятора:

$$K_p = 1.25, \quad T_i = \frac{K_p}{0.055}, \quad T_{iw} = 22.7,$$

$$W_r(p) = K_p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad W_r(p) = 1.25 + \frac{.4405e-1}{p},$$

$$W_{zpi}(p) = \frac{Wos(p) \cdot W_r(p)}{1 + Wos(p) \cdot W_r(p)},$$

$$W_{zpi}(p) = \frac{.9375e-1 \cdot p + .3304e-2}{6 \cdot p^5 + 11 \cdot p^4 + 6 \cdot p^3 + p^2 + .9375e-1 \cdot p + .3304e-2}.$$

$$Hzpi(t) = 1. + .905e - 1 \cdot e^{(-.940)t} - .239 \cdot e^{(-.694)t} - 2.34 \cdot e^{(-.677e-1)t} \cdot \cos(.926e - 1 \cdot t) - 1.55 \cdot e^{(-.677e-1)t} \cdot \sin(.926e - 1 \cdot t) + 1.49 \cdot e^{(-.642e-1)t}$$

Для ПИД- регулятора:

$$\alpha_w = 0.5, \quad a(w) = w \cdot (m^2 + 1)$$

$$C0(w) = 0.5 \cdot \left(a(w) \cdot \text{Im}(Wobs(i,w)) + \sqrt{a(w)^2 \cdot \text{Im}(Wobs(i,w))^2 + 4 \cdot a(w) \cdot w \cdot \alpha} \right)$$

$$C1(w) = m \cdot \text{Im}(Wobs(i,w)) - \text{Re}(Wobs(i,w)) + \frac{2 \cdot m \cdot w \cdot \alpha}{C0(w)}$$

$$w = 0.002, 0.002 + 0.001 .. 0.4$$

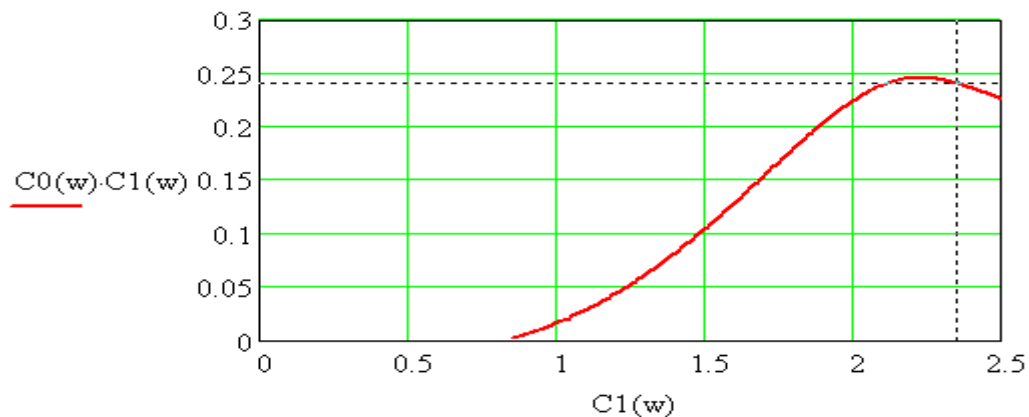


Рисунок 2 – График линии требуемой относительной степени затухания $\psi = 0,99$ для ПИД регулятора

Оптимальные параметры ПИД-регулятора:

$$K_p = 2.35, \quad T_i = \frac{K_p}{0.24}, \quad T_i = 9.79, \quad T_d = T_i \cdot \alpha, \quad T_d = 4.90$$

$$W_r(p) = K_p + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad W_r(p) = 2.35 + 4.90 \cdot p + \frac{.1021}{p}$$

$$W_{zpid}(p) = \frac{W_{os}(p) \cdot W_r(p)}{1 + W_{os}(p) \cdot W_r(p)}$$

$$W_{zpid}(p) = \frac{.1763 \cdot p + .3675 \cdot p^2 + .7658e-2}{6 \cdot p^5 + 11 \cdot p^4 + 6 \cdot p^3 + 1.368 \cdot p^2 + .1763 \cdot p + .7658e-2}$$

$$H_{zpid}(t) = 1 - .626e-1 \cdot e^{(-1.08)t} + .390e-1 \cdot e^{(-.455)t} - 1.79 \cdot e^{(-.112)t} \cdot \cos(.151 \cdot t) - 1.09 \cdot e^{(-.471e-1)t} \cdot \cos(.220 \cdot t) - .624 \cdot e^{(-.471e-1)t} \cdot \sin(.220 \cdot t)$$

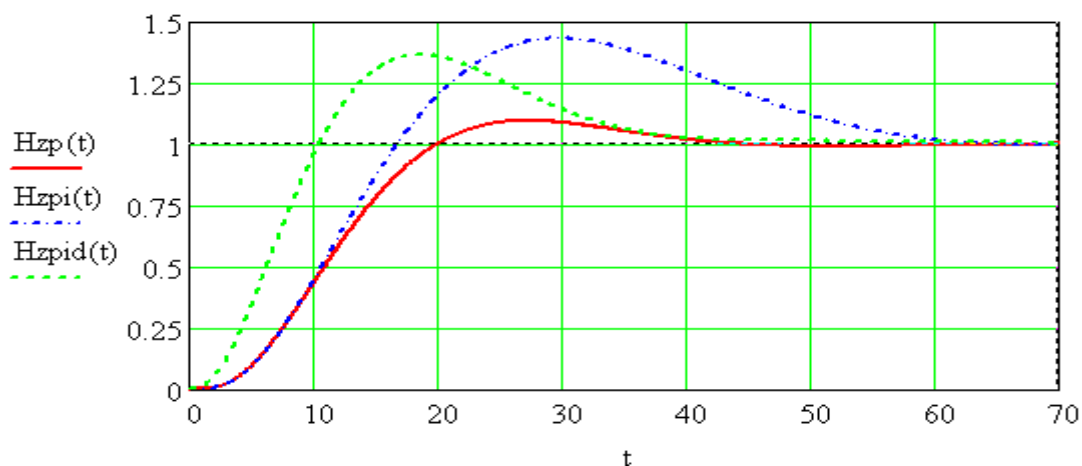


Рисунок 3 – Графики переходных функций замкнутых САУ

с оптимальными параметрами регуляторов: П - Hzp(t), ПИ - Hzpi(t), ПИД - Hzpid(t)

Как следует из графиков, наилучшими свойствами обладает система с П – регулятором, что объясняется отрицательным влиянием астатизма второго порядка за счет интегральной составляющей ПИ и ПИД - регуляторов.

Попробуем сервомотор отнести к регулятору, тогда нет смысла производить расчет оптимального Kr для П- регулятора.

Аналогично предыдущему:

$$\psi = 0.99, \quad m = \frac{-\ln(1 - \psi)}{2 \cdot \pi}, \quad m = 0.733,$$

$$W_s(p) = \frac{1}{T_s \cdot p}, \quad W_o(p) = \frac{1.5}{6 \cdot p^3 + 11 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1}.$$

$$W_{ob}(p) = \frac{1}{W_o(p)}, \quad W_{ob}(p) = 4.000 \cdot p^3 + 7.333 \cdot p^2 + 4.000 \cdot p + .6667$$

$$W_{ob}(i, w) = 4.000 \cdot (i - .7330)^3 \cdot w^3 + 7.333 \cdot (i - .7330)^2 \cdot w^2 + 4.000 \cdot (i - .7330) \cdot w + .6667$$

$$C1(w) = m \cdot \text{Im}(W_{ob}(i, w)) - \text{Re}(W_{ob}(i, w))$$

$$C0(w) = w \cdot (m^2 + 1) \cdot \text{Im}(W_{ob}(i, w))$$

$$w := 0, .0. + 0.001 .. 1.25$$

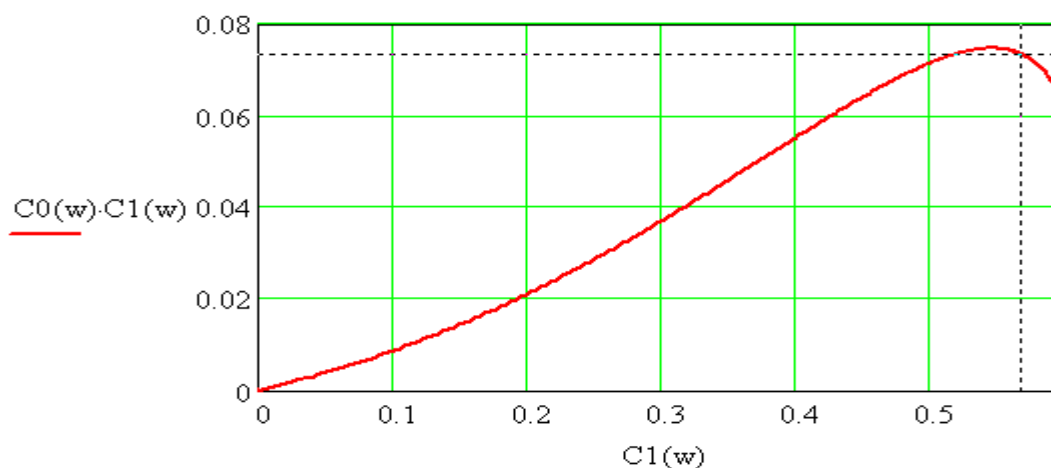


Рисунок 4 – График линии требуемой относительной степени затухания $\psi = 0,99$ для ПИ регулятора

Оптимальные параметры ПИ-регулятора:

$$K_p = 0.57, \quad T_i = \frac{K_p}{0.0734}, \quad T_i = 7.77, \quad W_r(p) = K_p + \frac{1}{T_i \cdot p}$$

$$W_r(p) = .57 + \frac{.1287}{p}, \quad W_{zpi}(p) = \frac{W_o(p) \cdot W_r(p)}{1 + W_o(p) \cdot W_r(p)}$$

$$W_{zpi}(p) = \frac{.8550 \cdot p + .1931}{6 \cdot p^4 + 11 \cdot p^3 + 6 \cdot p^2 + 1.855 \cdot p + .1931}$$

$$H_{zpi}(t) = 1 - .111 \cdot e^{(-1.19)t} - .485 \cdot e^{(-.233)t} \cdot \cos(.318 \cdot t) - .991 \cdot e^{(-.233)t} \cdot \sin(.318 \cdot t) - .404 \cdot e^{(-.173)t}$$

Оптимальные параметры ПИД - регулятора:

$$\alpha = 0.5, \quad a(w) = w \cdot (m^2 + 1)$$

$$C_0(w) = 0.5 \cdot \left(a(w) \cdot \text{Im}(W_{ob}(i, w)) + \sqrt{a(w)^2 \cdot \text{Im}(W_{ob}(i, w))^2 + 4 \cdot a(w) \cdot w \cdot \alpha} \right)$$

$$C_1(w) = m \cdot \text{Im}(W_{ob}(i, w)) - \text{Re}(W_{ob}(i, w)) + \frac{2 \cdot m \cdot w \cdot \alpha}{C_0(w)}$$

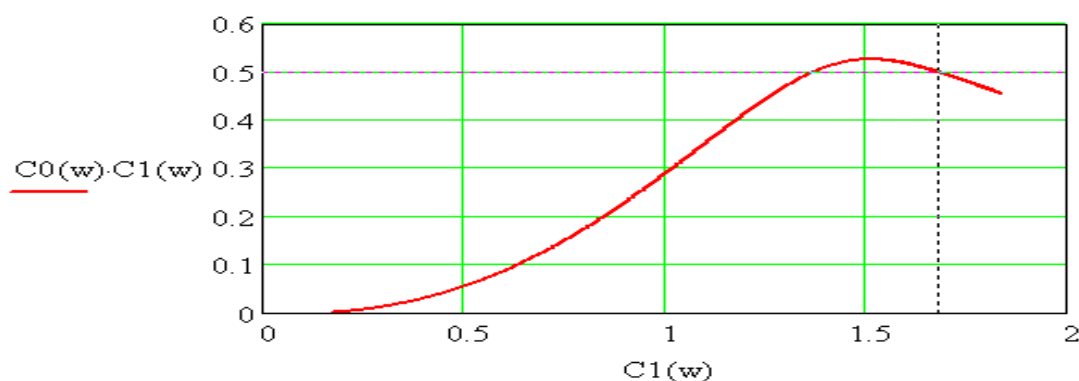


Рисунок 5 – График линии требуемой относительной степени затухания $\psi = 0,99$ для ПИД регулятора

Оптимальные параметры ПИД-регулятора:

$$K_p = 1.7, \quad T_i = \frac{K_p}{0.5}, \quad T_i = 3.40, \quad T_d = T_i \cdot \alpha, \quad T_d = 1.70$$

$$W_r(p) = K_p + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad W_r(p) = 1.7 + 1.70 \cdot p + \frac{.2941}{p}$$

$$W_{zpid}(p) = \frac{W_o(p) \cdot W_r(p)}{1 + W_o(p) \cdot W_r(p)}$$

$$W_{zpid}(p) = \frac{2.550 \cdot p + 2.550 \cdot p^2 + .4412}{6 \cdot p^4 + 11 \cdot p^3 + 8.550 \cdot p^2 + 3.550 \cdot p + .4412}$$

$$H_{zpid}(t) = 1 + .781e - 1 \cdot e^{(-.861)t} - .921 \cdot e^{(-.388)t} \cdot \cos(.534 \cdot t)$$

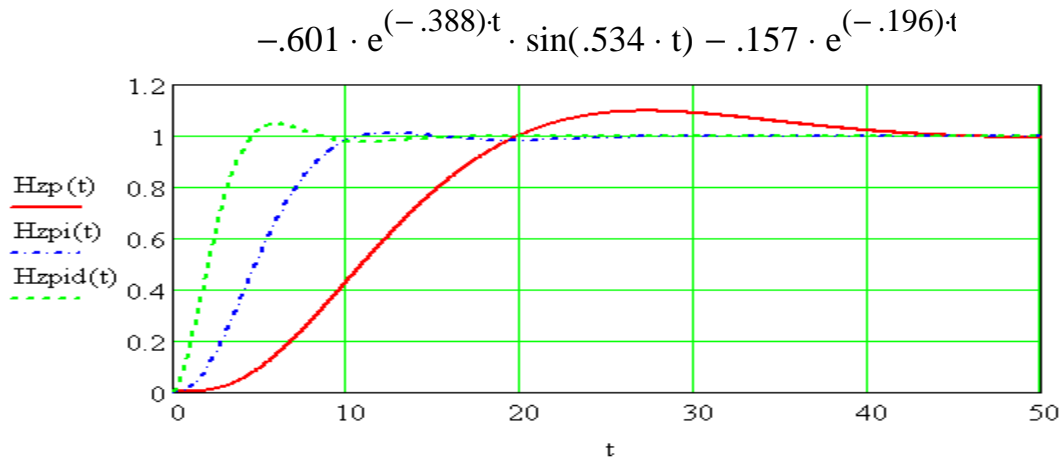


Рисунок 6 – Графики переходных функций замкнутых САУ с оптимальными параметрами регуляторов, когда сервомотор отнесен к регулятору: ПИ - Hzpi(t), ПИД - Hzpid(t) и объекту: П - Hzp(t)

Выводы очевидны. Сервомотор следует отнести к регулятору, динамика существенно улучшается, длительность переходного процесса сократилась более, чем в 2 раза.

Для реализации оптимальных параметров регулятора следует произвести пересчет параметров ПИ – регулятора в параметры ПД – регулятора, а сервомотор отнести к объекту.

Параметры регулятора "ПД"

$$T_i = 7.77, \quad K_p = 0.57, \quad W_r(p) = K_p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad W_r(p) = .57 + \frac{.1287}{p}$$

$$.57 + \frac{.1287}{p} \text{ expand } \rightarrow \frac{.57 \cdot p + .1287}{p}, \quad \frac{.57 \cdot p + .1287}{p} = \frac{T_d \cdot p + K}{20 \cdot p}$$

$$T_d = 0.57 \cdot 20, \quad K = .1287 \cdot 20, \quad W_{pd}(p) = K + T_d \cdot p$$

$$W_{pd}(p) = 2.5740 + 11.40 \cdot p$$

Параметры регулятора "ПДД"

$$K_p = 1.7, \quad T_i = 3.4, \quad T_d = T_i \cdot \alpha, \quad T_d = 1.70$$

$$W_r(p) = K_p + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad W_r(p) = 1.7 + 1.70 \cdot p + \frac{.2941}{p}$$

$$1.7 + 1.70 \cdot p + \frac{.2941}{p} \text{ expand } \rightarrow \frac{1.7 \cdot p + 1.70 \cdot p^2 + .2941}{p}$$

$$\frac{1.7 \cdot p + 1.70 \cdot p^2 + .2941}{p} = \frac{K + T_d \cdot p + T_{dd} \cdot p}{20 \cdot p}$$

$$K = .2941 \cdot 20, \quad Td = 1.7 \cdot 20, \quad Tdd = 1.7 \cdot 20.,$$

$$Wpdd(p) = K + Td \cdot p + Tdd \cdot p^2, \quad Wpdd(p) = 5.88 + 34.0 \cdot p + 34.0 \cdot p^2.$$

$$Wzpdd(p) = \frac{Wos(p) \cdot Wpdd(p)}{1 + Wos(p) \cdot Wpdd(p)}$$

$$Wzpdd(p) = \frac{.4410 + 2.550 \cdot p + 2.550 \cdot p^2}{6. \cdot p^4 + 11. \cdot p^3 + 8.550 \cdot p^2 + 3.550 \cdot p + .4410}$$

$$Wzpid(p) = \frac{Wo(p) \cdot Wr(p)}{1 + Wo(p) \cdot Wr(p)}$$

$$Wzpid(p) = \frac{2.550 \cdot p + 2.550 \cdot p^2 + .4412}{6. \cdot p^4 + 11. \cdot p^3 + 8.550 \cdot p^2 + 3.550 \cdot p + .4412}$$

Передаточные функции непрерывных замкнутых систем с ПИД и ПДД – регуляторами одинаковы, следовательно и их динамика будет одинаковой..

Период квантования найдем для самого быстрого переходного процесса с ПИД – регулятором.

$$Wzpid(i, w) = \frac{2.55 \cdot w \cdot i + 2.55 \cdot w^2 \cdot i^2 + .441}{6. \cdot w^4 \cdot i^4 + 11. \cdot w^3 \cdot i^3 + 8.55 \cdot w^2 \cdot i^2 + 3.55 \cdot w \cdot i + .441}$$

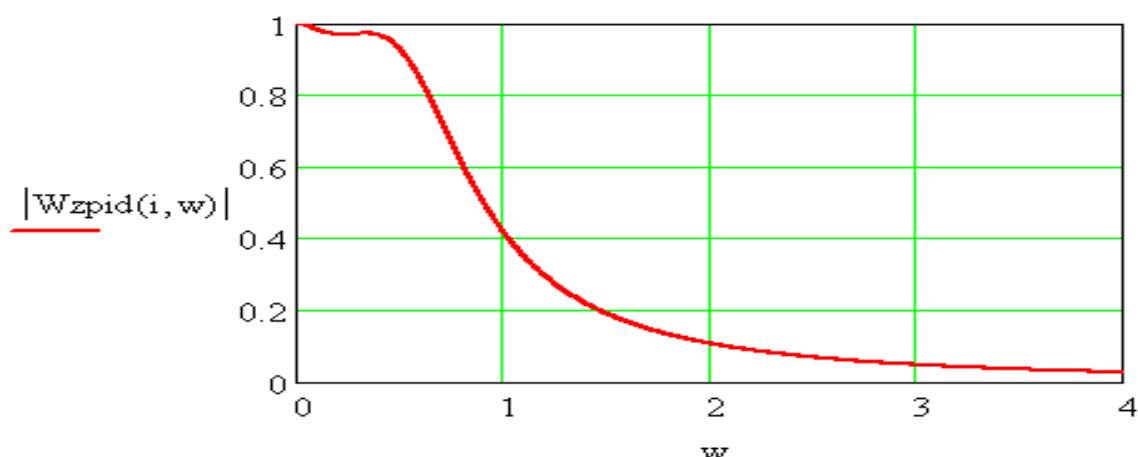


Рисунок 7 - График амплитудно-частотной характеристики замкнутой САУ с оптимальными параметрами ПИД - регулятора

Частота среза замкнутой системы:

$$Wcpid = 3.77, \quad T_{opid} = \frac{0.5 \cdot \pi}{Wcpid}, \quad T_{opid \text{ float},3} \rightarrow .418.$$

Рекомендуемый [3] период квантования $T_{optid} = 0,5\pi / W_{spid}$: Расчетный период квантования $T_{optid} = 0,418$, показатель колебательности $M=1$.

Примем $T=0,5$, поскольку $T_{optid} = 0,418$ – имеет двукратный запас по сравнению с рекомендациями В. А. Котельникова.

Реализовать вторую производную легко для цифровых систем, которые в настоящее время являются основными.

Проведем сравнительный анализ цифровых аналогов рассматриваемых систем.

Найдем дискретные передаточные функции приведенной непрерывной части для случая принадлежности сервомотора к регулятору и объекту [2].

$$W_o(p) = \frac{1.5}{6 \cdot p^3 + 11 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1}, \quad W_s(p) = \frac{1}{20 \cdot p} \\ W_{os}(p) = W_o(p) \cdot W_s(p) = \frac{.7500e-1}{(6 \cdot p^3 + 11 \cdot p^2 + 6 \cdot p + 1) \cdot p} \\ h_o(t) = 6 \cdot e^{(-.5000)t} - 6.750 \cdot e^{(-.3333)t} - .7500 \cdot e^{(-1.)t} + 1.500$$

$$h_o(n) = 6 \cdot e^{(-.5000)nT} - 6.750 \cdot e^{(-.3333)nT} - .7500 \cdot e^{(-1.)nT} + 1.500$$

$$T = 0.5, \quad W_o(z) = h_o(z, T) \cdot (1 - z^{-1})$$

$$W_o(z) = \frac{.4059831e-2 \cdot z^2 + .1398378e-1 \cdot z + .2022318e-2}{z^3 - 2.231827 \cdot z^2 + 1.645044 \cdot z - .3998563}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_o(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.50$$

Аналогично находим дискретную передаточную функцию приведенной непрерывной части для случая принадлежности сервомотора к объекту.

$$W_{os}(z) = \frac{.50000e-3 \cdot z^4 - .12280e-2 \cdot z^3 + .22544e-2 \cdot z^2 - .11594e-2 \cdot z + .16844e-3}{z^4 - 3.2318 \cdot z^3 + 3.8769 \cdot z^2 - 2.0449 \cdot z + .39986}$$

Для цифровой системы с П- регулятором:

$$K_p = 1.344, \quad W_{rp}(z) = K_p, \quad W_{rwp}(z) = 1.344, \quad W_{razp}(z) = W_{os}(z) \cdot W_{rp}(z).$$

$$W_{razp}(z) = \frac{.67200e-3 \cdot z^4 - .16504e-2 \cdot z^3 + .30299e-2 \cdot z^2 - .15582e-2 \cdot z + .22638e-3}{z^4 - 3.2318 \cdot z^3 + 3.8769 \cdot z^2 - 2.0449 \cdot z + .39986}$$

$$Wz_p(z) = \frac{Wzaz_p(z)}{1 + Wzaz_p(z)}$$

$$Wz_p(z) = \frac{.672000e-3z^4 - .165040e-2z^3 + .302990e-2z^2 - .155820e-2z + .226380e-}{1.00067z^4 - 3.23345z^3 + 3.87993z^2 - 2.04646z + .400086}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} Wz_p(z) \text{ float}, 3 \rightarrow 1.00$$

$$Hp(z) = Wz_p(z) \cdot \frac{z}{z - 1}$$

$$Hp(z) = \frac{.136411e-3 \cdot z^3 + .469856e-3 \cdot z^2 + .679500e-4 \cdot z}{z^5 - 4.23183 \cdot z^4 + 7.10884 \cdot z^3 - 5.92144 \cdot z^2 + 2.44435 \cdot z - .399924}$$

$$Hp(n) := 1.006 \cdot e^{.5970e-16 \cdot n} \cdot \cos(.2136e-33 \cdot n) - .3914e-17 \cdot e^{.5970e-16 \cdot n} \cdot \sin(.2136e-33 \cdot n)$$

$$- .8556 \cdot e^{(-.4263e-1) \cdot n} \cdot \cos(.6483e - 1 \cdot n) - 1.208 \cdot e^{(-.4263e-1) \cdot n} \cdot \sin(.6483e - 1 \cdot n)$$

$$- .1503 \cdot e^{(-.4156) \cdot n} \cdot \cos(.2885e - 1 \cdot n) - .7158 \cdot e^{(-.4156) \cdot n} \cdot \sin(.2885e - 1 \cdot n)$$

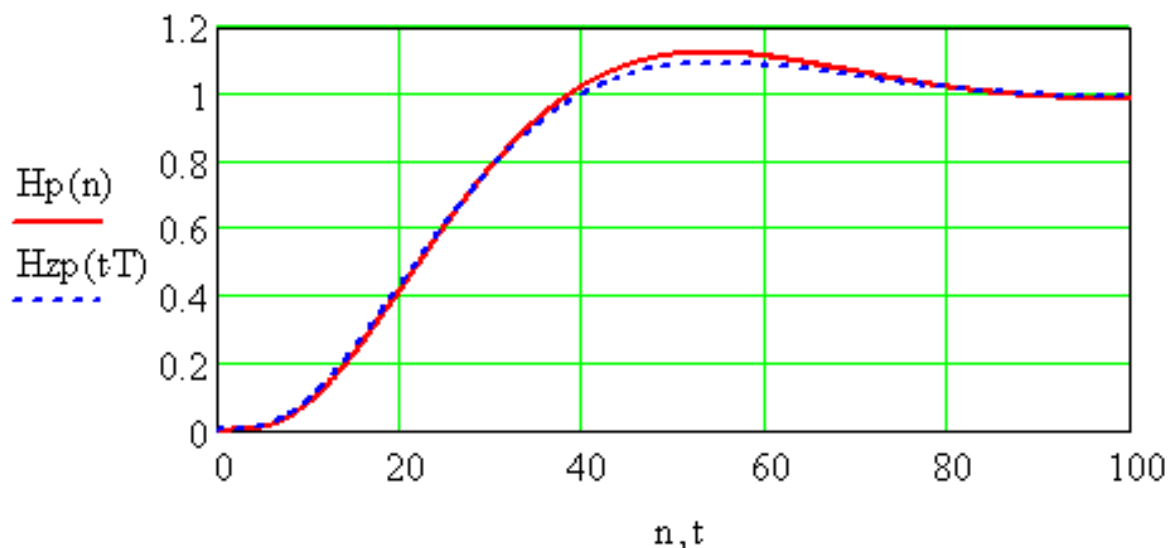


Рисунок 8 – Графики переходных функций замкнутых САУ с оптимальным коэффициентом усиления П- регулятора, Hp(n)-цифровой и Hzp(t) – непрерывной систем, сервомотор отнесен к объекту

Как следует из вида переходных функций, динамический заброс у цифровой системы немного больше, чем у непрерывной. Это связано с дискретностью измерений в цифровой системе.

Для цифровых систем с ПИ и ПД - регуляторами:

$$K_{pi} = 0.57, \quad T_i = 7.77, \quad q_0 = K_{pi}, \quad q_1 = -\left(-\frac{T}{T_i} + K_{pi}\right)$$

$$W_{rpi}(z) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad W_{rpi}(z) = \frac{.5700 \cdot z - .5056}{z - 1}$$

$$T_d = K_{pi} \cdot T_s \rightarrow 11.40, \quad T_d = 11.40, \quad K = \frac{T_s}{T_i}, \quad K = 2.574$$

$$W_{pd}(p) = \frac{\mu(p)}{\varepsilon(p)}, \quad W_{pd}(p) = K + T_d \cdot p, \quad W_{pd}(p) = 2.574 + 11.40 \cdot p$$

Пересчет параметров ПИ регулятора в параметры цифрового ПД - регулятора проведем с использованием физически реализуемых левых разностей.

$$\frac{d}{dt} \varepsilon = \frac{\varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)}{T}, \quad \mu(n) = K \cdot \varepsilon(n) + T_d \cdot \frac{\varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)}{T}$$

$$K \cdot \varepsilon(n) + T_d \cdot \frac{\varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)}{T} \text{ float,6} \rightarrow 25.3740 \cdot \varepsilon(n) - 22.8000 \cdot \varepsilon(n-1)$$

$$\mu(n) = 25.374 \cdot \varepsilon(n) - 22.8 \cdot \varepsilon(n-1), \quad W_{pd}(z) = 25.374 - 22.8 \cdot z^{-1}$$

$$W_{rpi}(z) = W_o(z) \cdot W_{rpi}(z), \quad W_{rpd}(z) = W_{os}(z) \cdot W_{pd}(z)$$

$$W_{rpi}(z) = \frac{.231410e-2 \cdot z^3 + .591810e-2 \cdot z^2 - .591748e-2 \cdot z - .102248e-2}{z^4 - 3.23183 \cdot z^3 + 3.87687 \cdot z^2 - 2.04490 \cdot z + .399856}$$

$$W_{rpd}(z) = \frac{.25754e-2 \cdot z^3 + .65565e-2 \cdot z^2 - .66879e-2 \cdot z - .11527e-2}{z^5 - 3.2318 \cdot z^4 + 3.8769 \cdot z^3 - 2.0449 \cdot z^2 + .39986 \cdot z}$$

$$W_{zpi}(z) = \frac{W_{rpi}(z)}{1 + W_{rpi}(z)}, \quad W_{zpd}(z) = \frac{W_{rpd}(z)}{1 + W_{rpd}(z)}$$

$$W_{zpi}(z) = \frac{.231410e-2 \cdot z^3 + .591810e-2 \cdot z^2 - .591748e-2 \cdot z - .102248e-2}{z^4 - 3.22952 \cdot z^3 + 3.88279 \cdot z^2 - 2.05082 \cdot z + .398834}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{zpi}(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.01$$

$$W_{zpd}(p) = \frac{.2575e-2 \cdot z^3 + .6557e-2 \cdot z^2 - .6688e-2 \cdot z - .1153e-2}{z^5 - 3.232 \cdot z^4 + 3.879 \cdot z^3 - 2.038 \cdot z^2 + .3932 \cdot z - .1153e-2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{zpd}(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.00$$

$$H_{pi}(z) = W_{zpi}(z) \cdot \frac{z}{z-1}, \quad H_{pd}(z) = W_{zpd}(z) \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$H_{pi}(z) = \frac{.23141e-2 \cdot z^4 + .59181e-2 \cdot z^3 - .59175e-2 \cdot z^2 - .10225e-2 \cdot z}{z^5 - 4.2295 \cdot z^4 + 7.1123 \cdot z^3 - 5.9336 \cdot z^2 + 2.4497 \cdot z - .39883}$$

$$H_{pd}(z) = \frac{.2575e-2 \cdot z^4 + .6557e-2 \cdot z^3 - .6688e-2 \cdot z^2 - .1153e-2 \cdot z}{z^6 - 4.232 \cdot z^5 + 7.111 \cdot z^4 - 5.918 \cdot z^3 + 2.432 \cdot z^2 - .3943 \cdot z + .1153e-2}$$

Не приводя сложных выражений переходных функций, приведем их графики, изображенные на рисунке 9.

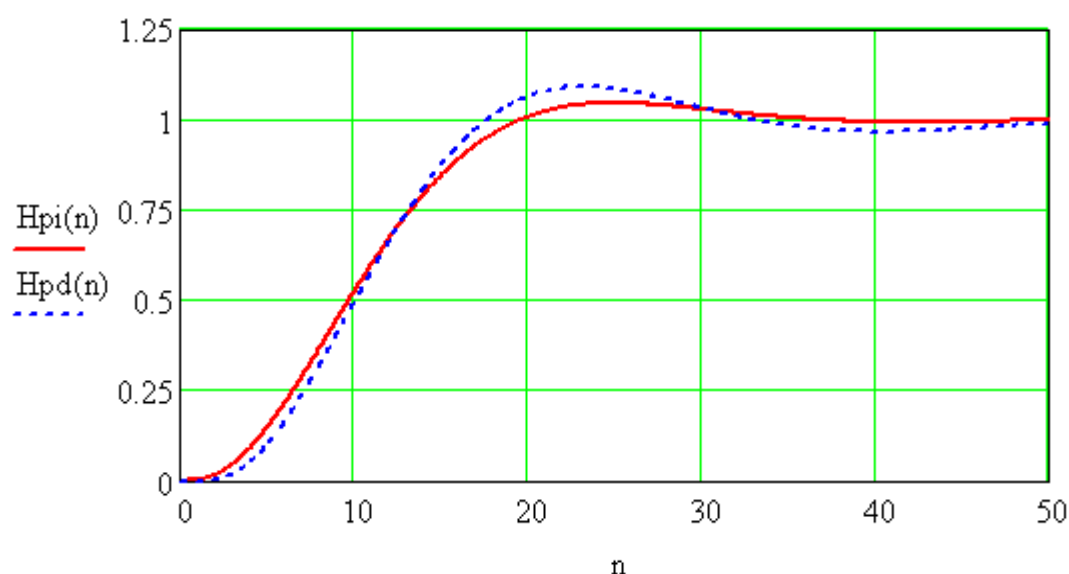


Рисунок 9 – Графики переходных функций замкнутой САУ с оптимальными параметрами настройки ПИ и ПД- регуляторов, сервомотор отнесен к регуляторам

Цифровая система обладает несколько худшими свойствами по сравнению с непрерывной. Это связано с дискретностью измерений и необходимостью поиска производной по конечным разностям.

Для цифровых систем с ПИД и ПДД- регуляторами:

$$K_p = 1,7, \quad T_i = 3,4, \quad T_d = 1,7, \quad W_{pdd}(p) = \frac{\mu(p)}{\varepsilon(p)}$$

$$W_{pdd}(p) := 5.88 + 34 \cdot p + 34 \cdot p^2$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) = \frac{\varepsilon(n-2) - 2 \cdot \varepsilon(n-1) + \varepsilon(n)}{T^2}, \quad \frac{d}{dt} \varepsilon(t) = \frac{\varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)}{T}$$

$$34 \cdot \left(\frac{\varepsilon(n-2) - 2 \cdot \varepsilon(n-1) + \varepsilon(n)}{T^2} \right) + 34 \cdot \left(\frac{\varepsilon(n) - \varepsilon(n-1)}{T} \right) + 5.88 \cdot \varepsilon(n) \\ = 136.0 \cdot \varepsilon(n-2) - 340.0 \cdot \varepsilon(n-1) + 209.9 \cdot \varepsilon(n) := \mu(n).$$

$$W_{pdd}(z) = 209.9 - 340.0 \cdot z^{-1} + 136.0 \cdot z^{-2}.$$

$$q_0 = K_p + \frac{T_d}{T}, \quad q_1 = -\left(-\frac{T}{T_i} + K_p + \frac{2 \cdot T_d}{T} \right), \quad q_2 = \frac{T_d}{T}.$$

$$W_{pid}(z) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + q_2 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad W_{pdd}(z) = \frac{2.850 \cdot z^2 - 5.066 \cdot z + 2.280}{z^2 - 1 \cdot z}.$$

$$W_{rpid}(z) = W_o(z) \cdot W_{pid}(z), \quad W_{rpdd}(z) = W_o(z) \cdot W_{pdd}(z).$$

$$W_{rpdd}(z) = \frac{.213e-1 \cdot z^4 + .389e-1 \cdot z^3 - .944e-1 \cdot z^2 + .304e-1 \cdot z + .688e-2}{z^6 - 3.23 \cdot z^5 + 3.88 \cdot z^4 - 2.04 \cdot z^3 + .400 \cdot z^2}$$

$$W_{rpid}(z) = \frac{.207e-1 \cdot z^4 + .374e-1 \cdot z^3 - .927e-1 \cdot z^2 + .307e-1 \cdot z + .688e-2}{z^5 - 3.23 \cdot z^4 + 3.88 \cdot z^3 - 2.04 \cdot z^2 + .400 \cdot z}$$

$$W_{zpid}(z) = \frac{W_{rpid}(z)}{1 + W_{rpid}(z)}, \quad W_{zpdd}(z) = \frac{W_{rpdd}(z)}{1 + W_{rpdd}(z)}.$$

$$W_{zpid}(z) = \frac{.207e-1 \cdot z^4 + .374e-1 \cdot z^3 - .927e-1 \cdot z^2 + .307e-1 \cdot z + .688e-2}{z^5 - 3.21 \cdot z^4 + 3.91 \cdot z^3 - 2.14 \cdot z^2 + .431 \cdot z + .688e-2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{zpid}(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.$$

$$W_{zpdd}(z) = \frac{.213e-1 \cdot z^4 + .389e-1 \cdot z^3 - .944e-1 \cdot z^2 + .304e-1 \cdot z + .688e-2}{z^6 - 3.23 \cdot z^5 + 3.90 \cdot z^4 - 2.01 \cdot z^3 + .305 \cdot z^2 + .304e-1 \cdot z + .688e-2}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{zpdd}(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.00$$

Проведенный анализ устойчивости замкнутой цифровой системы с ПДД – законом управления по критерию Джури показал, что замкнутая цифровая система с ПДД - законом управления устойчива.

$$H_{pid}(z) = W_{zpid}(z) \cdot \frac{z}{z-1}, \quad H_{pdd}(z) = W_{zpdd}(z) \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$H_{pid}(z) = \frac{.115e-1 \cdot z^5 + .215e-1 \cdot z^4 - .494e-1 \cdot z^3 + .147e-1 \cdot z^2 + .343e-2 \cdot z}{z^6 - 4.22 \cdot z^5 + 7.12 \cdot z^4 - 5.99 \cdot z^3 + 2.51 \cdot z^2 - .411 \cdot z - .343e-2}.$$

$$H_{pdd}(z) = \frac{.118e-1 \cdot z^5 + .224e-1 \cdot z^4 - .505e-1 \cdot z^3 + .146e-1 \cdot z^2 + .343e-2 \cdot z}{z^7 - 4.23 \cdot z^6 + 7.12 \cdot z^5 - 5.91 \cdot z^4 + 2.37 \cdot z^3 - .335 \cdot z^2 - .111e-1 \cdot z - .343e-2}$$

$$H_{pid}(n) = (-.790) \cdot e^{(-.488e-1)n} \cdot \cos(.386 \cdot n) + 1.00 \cdot e^{(-.138e-16)n} \cdot \cos(.154e-18 \cdot n) - .445e-2 \cdot e^{(-.5.39)n} \cdot \cos(3.14 \cdot n) - .104 \cdot e^{(-.839e-1)n} \cdot \cos(.269e-34 \cdot n) + .38e-18 \cdot e^{(-.138e-16)n} \cdot \sin(.154e-18 \cdot n) - .412 \cdot e^{(-.488e-1)n} \cdot \sin(.386 \cdot n) + .183e-18 \cdot e^{(-.839e-1)n} \cdot \sin(.269e-34 \cdot n) - .104 \cdot e^{(-.894)n} \cdot \cos(.417e-38 \cdot n)$$

Не приводя громоздких выражений переходных функций, приведем их графики на рисунке 10.

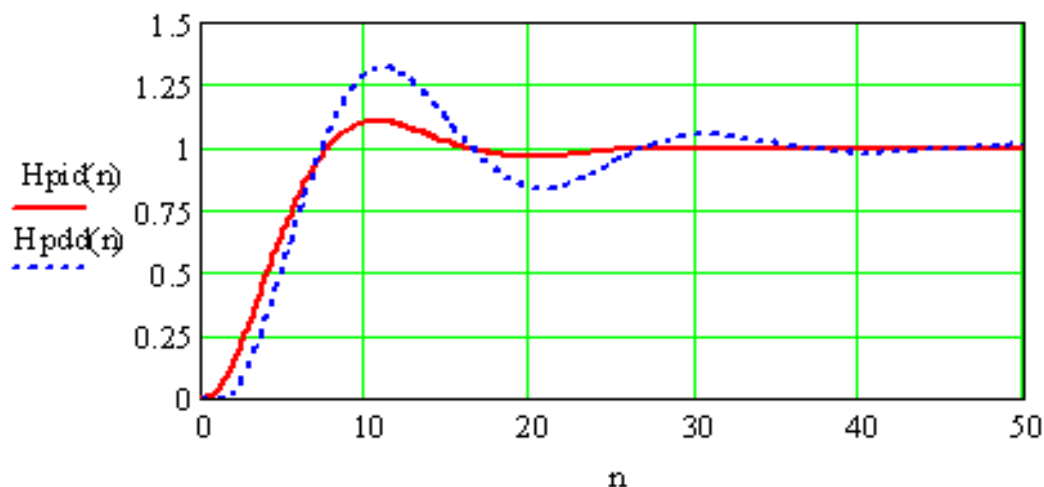


Рисунок 10 – График переходных функций замкнутых САУ с оптимальными параметрами настройки ПИД и ПДД- регуляторов, сервомотор отнесен к регуляторам

В рассматриваемом случае вторая производная ПДД – регулятора находится через конечные разности, принято большое отношение $T_d/T_i = 0,5$. Как следует из графиков переходных функций, большое увеличение сигнала по производной в системах, когда сервомотор относится к регулятору приводит к увеличению динамического заброса и повышению колебательности. Поэтому следует уменьшать отношение T_d/T_i .

На рисунке 11 представлены переходные функции замкнутых цифровых систем, когда сервомотор отнесен к регуляторам, а $T_d/T_i = 0,15$.

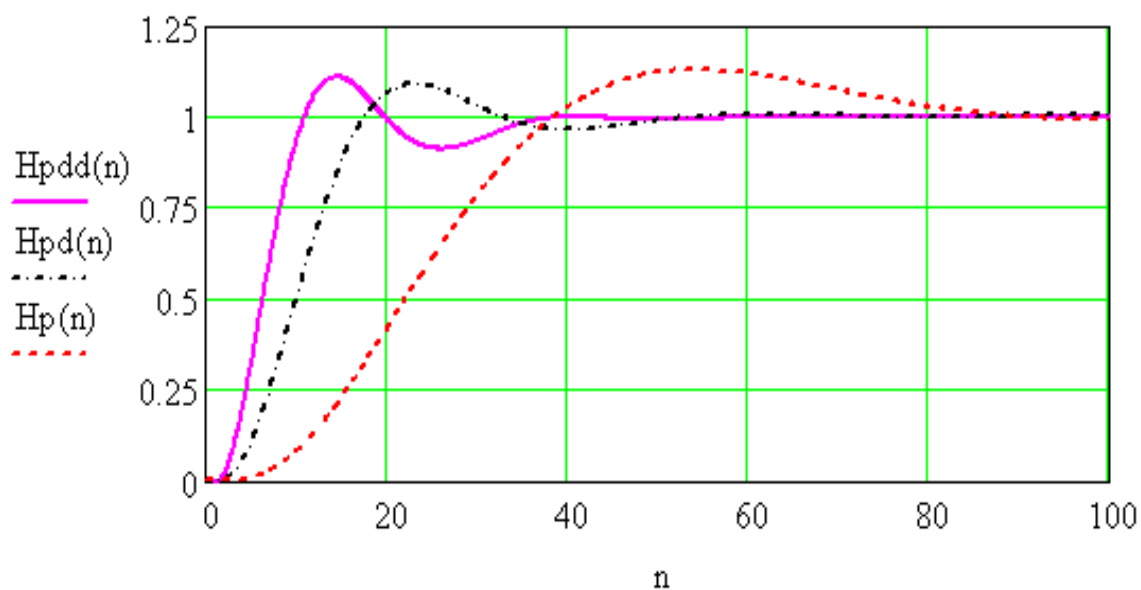


Рисунок 11 – Графики переходных функций замкнутых цифровых систем, когда сервомотор отнесен к регуляторам, а $T_d/T_i = 0,15$.

Как видно из графиков, использование цифрового ПДД – закона управления, не требующего рекуррентного способа расчета управляющего воздействия, обеспечивает управление не хуже цифрового ПИД – закона, реализуемого с учетом сервомотора, легко реализует вычисление второй производной сигнала ошибки управления.

Нерекуррентный алгоритм вычисления интегральной составляющей обеспечивает отсутствие накопления интегральной составляющей в управляющем воздействии, когда система работает на ограничении по управляющему воздействию (регулирующий орган полностью открыт).

Выводы

1 Интегрирующий сервомотор существенно ухудшает динамику замкнутых систем, поскольку астатические регуляторы даже с производной в законе регулирования, предназначенной для улучшения качества управления, не могут обеспечить его по сравнению с П – законом.

2 Для снижения порядка астатизма системы управления необходимо использовать сервомотор для реализации интегральной составляющей в законе регулирования управляющего устройства.

3 Оптимальные параметры ПИ и ПИД – регуляторов следует пересчитать в параметры ПД или ПДД, что позволяет существенно улучшить динамику замкнутых САУ, снизить динамический заброс и вдвое уменьшить длительность переходного процесса.

4 Реализация управляющего сигнала по первой и второй производным легко реализуется в цифровых управляющих устройствах путем применения левых физически реализуемых конечных разностей. При этом для

уменьшения динамического заброса и снижения колебательности замкнутых систем следует осторожно вводить сигнал по производной.

Литература

1 Пугачев В.И. Теория автоматического управления, раздел «Использование Mathcad при анализе и синтезе систем управления». Учебное пособие / Куб. гос. техн. у-нт. - Краснодар. 2006 - 140 с.

2 Пугачев В.И. Теория автоматического управления, раздел «Цифровые системы управления». Учебное пособие / Куб. гос. техн. у-нт. - Краснодар. 2005 - 100 с.

3 Пугачев В. И., Петриченко В. Г. Особенности синтеза цифровых систем стабилизации регулируемой величины. Научный журнал КубГАУ № 86(02), 2013 г.

References

1 Pugachev V.I. Teorija avtomaticheskogo upravlenija, razdel «Ispol'zovanie Mathcad pri analize i sinteze sistem upravlenija». Uchebnoe posobie / Kub. gos. teh-nol. u-nt. - Krasnodar. 2006 - 140 s.

2 Pugachev V.I. Teorija avtomaticheskogo upravlenija, razdel «Cifrovye sistemy upravlenija». Uchebnoe posobie / Kub. gos. tehnol. u-nt. - Krasnodar. 2005 - 100 s.

3 Pugachev V. I., Petrichenko V. G. Osobennosti sinteza cifrovyh sistem stabilizacii reguliruemoj velichiny. Nauchnyj zhurnal KubGAU № 86(02), 2013 g.