

УДК 621.311.001.57

UDC 621.311.001.57

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ СИСТЕМ
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ ПО
ПЕРЕРАБОТКЕ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ
ПРОДУКЦИИ**

**MATHEMATICAL MODELING OF
SYNCHRONOUS MOTORS FOR
AGRICULTURAL ELECTRICAL POWER
SUPPLY SYSTEMS**

Коробейников Борис Андреевич
д.т.н, профессор

Korobeinikov Boris Andreevich
Dr.Sci.Tech., professor

Беседин Евгений Алексеевич
к.т.н., доцент

Besedin Evgeniy Alekseevich
Cand.Tech.Sci., associate professor

Ищенко Алексей Ильич
к.т.н., доцент

Ishtchenko Aleksey Ilyich
Cand.Tech.Sci., associate professor

Смаглиев Александр Михайлович
к.т.н., доцент
*Кубанский государственный технологический уни-
верситет, Краснодар, Россия*

Smagliev Aleksandr Mikhailovich
Cand.Tech.Sci., associate professor
*Kuban State Technological University, Krasnodar, Rus-
sia*

В статье приведены математические модели явно-
полюсных и неявнополюсных синхронных двигате-
лей в виде электрических цепей с зависимыми ис-
точниками, которые могут быть использованы при
анализе переходных процессов в системах электро-
снабжения предприятий по переработке сельскохо-
зяйственной продукции

The article presents mathematical models for both sali-
ent pole and non-salient pole synchronous motors rep-
resented as electrical circuits with dependent sources,
which can be used for the transient analysis of agricul-
tural electrical power systems

Ключевые слова: ЗАВИСИМЫЙ ИСТОЧНИК,
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,
МАТРИЧНОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ,
НЕЯВНОПОЛЮСНЫЙ СИНХРОННЫЙ
ДВИГАТЕЛЬ, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ
МОМЕНТ, ЯВНОПОЛЮСНЫЙ СИНХРОННЫЙ
ДВИГАТЕЛЬ

Keywords: DEPENDENT SOURCE,
MATHEMATICAL MODELING, STATE MATRIX
EQUATION, NON-SALIENT POLE
SYNCHRONOUS MOTOR, ELECTROMAGNETIC
TORQUE, SALIENT POLE SYNCHRONOUS
MOTOR

Высоковольтные синхронные двигатели, применяемые в системах электроснабжения предприятий по переработке сельскохозяйственной продукции, оказывают существенное влияние на режимы работы этих систем и надежность работы предприятий в целом. Математическое моделирование синхронных двигателей позволяет выполнить расчеты нормальных и аварийных режимов в системах электроснабжения.

Для получения математических моделей синхронных двигателей в исследовательской практике используется система относительных единиц с равными взаимными индуктивностями [1]. При этом явнополюсный син-

хронный двигатель описывается при помощи системы дифференциальных уравнений в матричной форме в координатах dq [2]:

$$\mathbf{\dot{U}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \omega_r \cdot \mathbf{L}_z \cdot \mathbf{i}, \quad (1)$$

где $\mathbf{\dot{U}} = \begin{vmatrix} U_d & U_q & U_F & 0 & 0 \end{vmatrix}^t$;

$$\mathbf{i} = \begin{vmatrix} i_d & i_q & i_F & i_{dr} & i_{qr} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_s & & & & \\ & R_s & & & \\ & & R_F & & \\ & & & R_{dr} & \\ & & & & R_{qr} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} L_d & 0 & M_d & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & M_q \\ M_d & 0 & L_F & M_d & 0 \\ M_d & 0 & M & L_{dr} & 0 \\ 0 & M_q & 0 & 0 & L_{qr} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L}_z = \begin{vmatrix} 0 & -L_q & 0 & 0 & -M_q \\ L_d & 0 & M_d & M_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

ω_r – угловая скорость вращения ротора;

$R_d; R_q; R_F; R_{dr}; R_{qr}$ – активные сопротивления обмоток статора по осям d и q , возбуждения и демпферных по осям d и q ;

$L_d; L_q; L_F; L_{dr}; L_{qr}$ – собственные индуктивности обмоток статора по осям d

и q , возбуждения и демпферных по осям d и q ;
 $M_d; M_q$ – взаимные индуктивности между обмотками по осям d и q ;
 $U_d; U_q$ – напряжение обмотки статора по осям d и q ;
 $i_d; i_q; i_F; i_{dr}; i_{qr}$ – токи обмоток статора по осям d и q , возбуждения
 и демпферных по осям d и q .

Электромагнитный момент M_{Δ} равен:

$$M_{\Delta} = U_d \cdot i_d + U_q \cdot i_q - R_s \cdot (i_d^2 + i_q^2) \quad (2)$$

Уравнения движения ротора имеют вид:

$$T_j \cdot \frac{ds}{dt} = M_T - M_{\Delta}; \quad (3)$$

$$\omega_r = (1 - s) \cdot \omega_s, \quad (4)$$

где T_j – постоянная инерции;

M_T – момент сопротивления;

s – скольжение;

ω_s – синхронная угловая скорость.

Угол d сдвига между векторами ЭДС и напряжения определяется по выражению:

$$d = d_0 + \int_0^t \omega_r \cdot dt, \quad (5)$$

где d_0 – начальное значение угла d .

Приведенное матричное уравнение характеризует многоконтурная электрическая цепь с зависимыми источниками. В соответствии с рисунком 1 для цепей статора по оси d получим:

$$E_{d1} = - \omega_r \times L_q \times i_q;$$

$$E_{d2} = - \omega_r \times M_q \times i_{qr},$$

для цепей статора по оси q получим:

$$E_{q1} = w_r \times L_d \times i_d;$$

$$E_{q2} = w_r \times M_d \times i_F;$$

$$E_{q3} = w_r \times M_d \times i_{dr}.$$

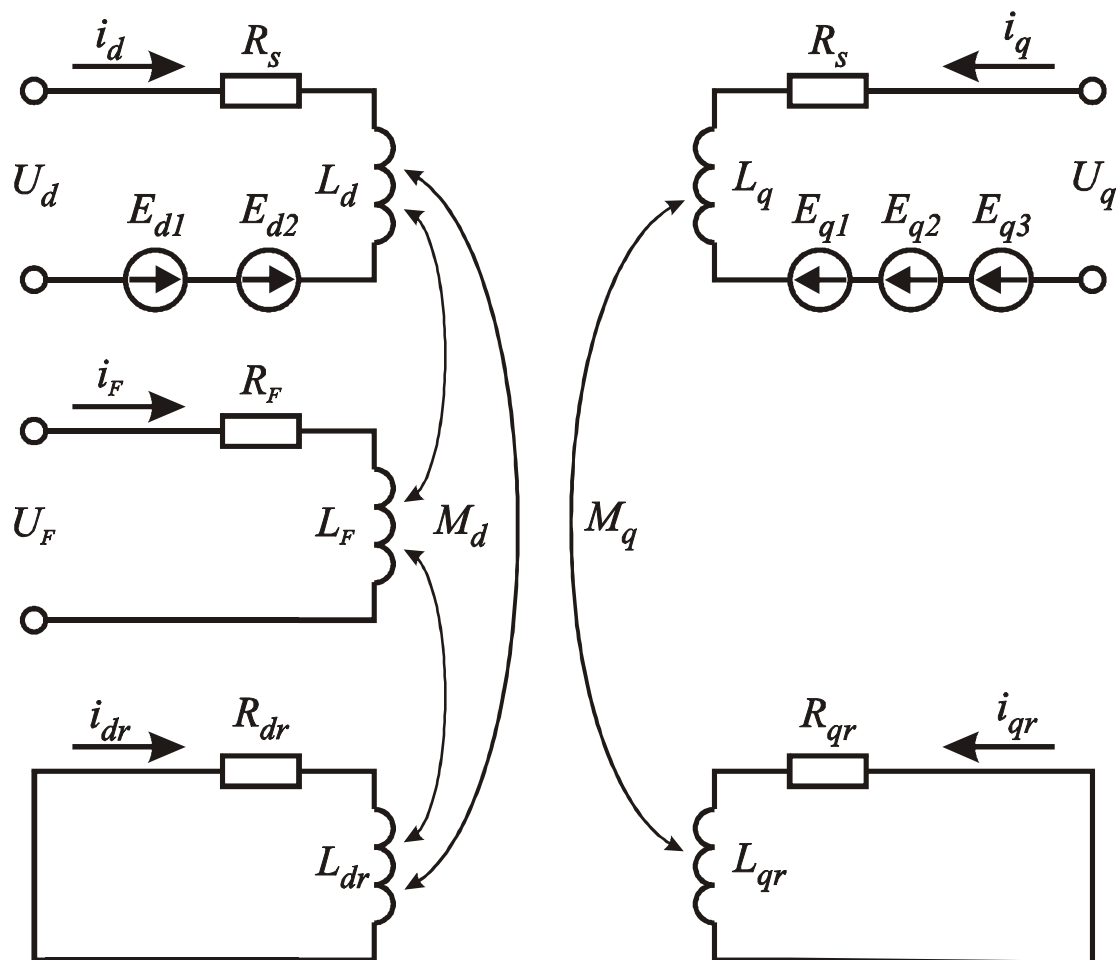


Рисунок 1 – Математическая модель явнополюсного синхронного двигателя в координатах dq

Для неявнополюсного синхронного двигателя математическая модель получается более сложной. Структура матричного уравнения состояния (1) для указанного двигателя сохраняется, но матрицы изменяются следующим образом:

$$\mathbf{U} = \begin{vmatrix} U_d & U_q & U_F & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}^t;$$

$$\mathbf{i} = \begin{vmatrix} i_d & i_q & i_F & i_{dr1} & i_{qr1} & \dots & i_{drn} & i_{qrn} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_s & & & & & & & \\ & R_s & & & & & & \\ & & R_F & & & & & \\ & & & R_{dr1} & & & & \\ & & & & R_{qr1} & & & \\ & & & & & \mathbf{O} & & \\ & & & & & & R_{drn} & \\ & & & & & & & R_{qrn} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} L_s & 0 & M & M & 0 & \dots & M & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & \dots & 0 & M \\ M & 0 & L_F & M & 0 & \dots & M & 0 \\ M & 0 & M & L_{r1} & 0 & \dots & M & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L_{r1} & \dots & 0 & M \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & L_{rn} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L}_z = \begin{vmatrix} 0 & -L_s & 0 & 0 & -M & \dots & 0 & -M \\ L_s & 0 & M & M & 0 & \dots & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

где n – число контуров ротора двигателя;

$R_s; L_s$ – активное сопротивление и индуктивность статора;

Выражение для уравнения движения электромагнитного момента для неявнополюсного синхронного двигателя аналогично (3).

Приведенному матричному выражению соответствует многоконтурная электрическая цепь, приведенная на рисунке 2.

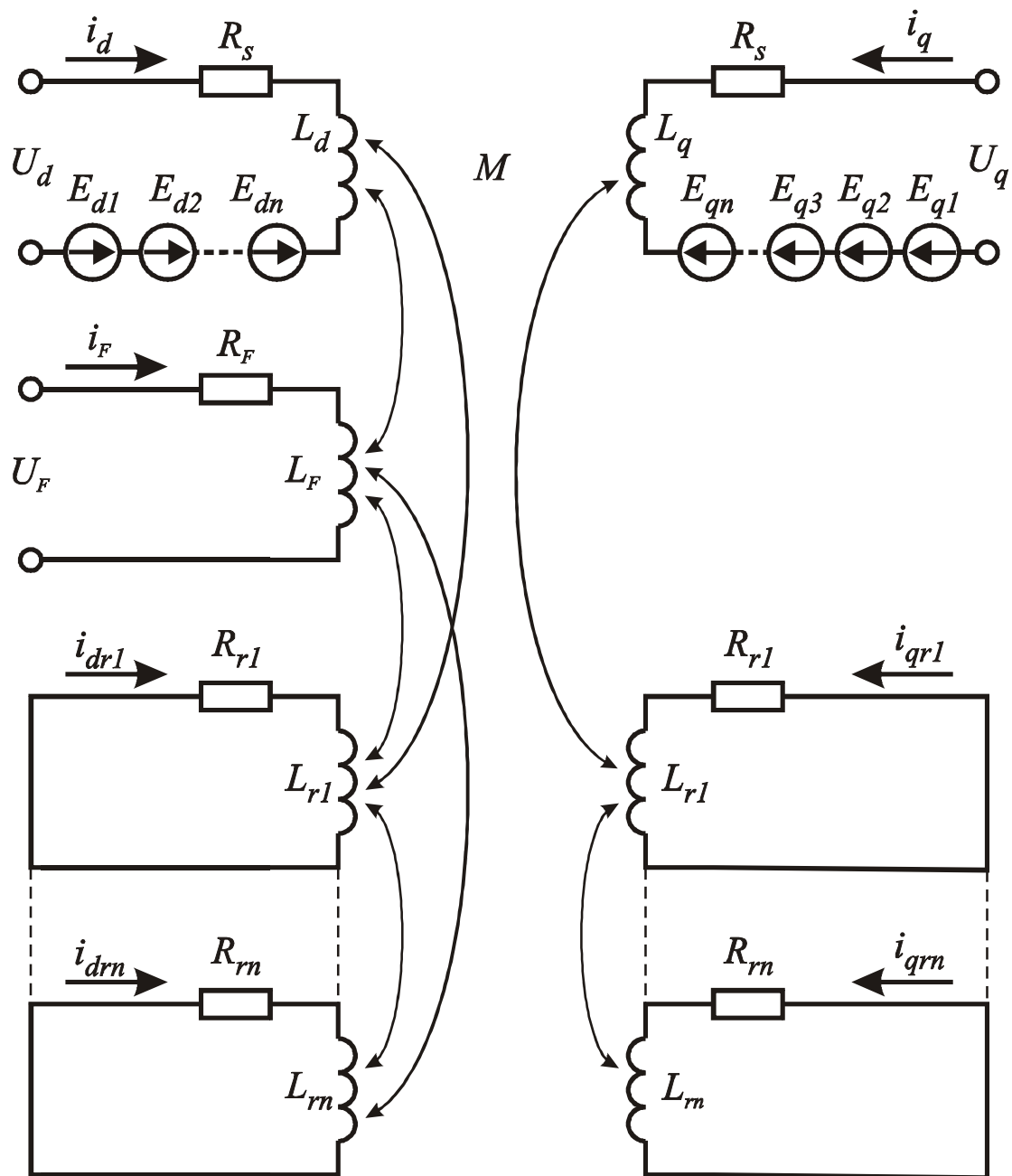


Рисунок 2 – Математическая модель неявнополюсного синхронного двигателя в координатах dq

При этом зависимые источники ЭДС равны:

– для цепей статора по оси d :

$$E_{d1} = - w_r \times L_s \times i_q;$$

$$E_{d2} = - w_r \times M \times i_{qr1},$$

... ..

$$E_{dn} = - w_r \times M \times i_{qn},$$

– для цепей статора по оси q :

$$E_{q1} = w_r \times L_s \times i_d;$$

$$E_{q2} = w_r \times L_s \times i_F;$$

$$E_{q3} = w_r \times M \times i_{dr1}.$$

... ..

$$E_{qm} = w_r \times M \times i_{drn}.$$

Симметричная модель многоконтурного синхронного двигателя в координатах обобщенного вектора представляется в виде следующего матричного уравнения состояния:

$$\mathbf{\dot{U}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{L} \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} + j\mathbf{L}_{zS} \cdot \mathbf{i}, \tag{6}$$

где $\mathbf{\dot{U}} = |U_s \ U_F \ 0 \ 0 \ \mathbf{K} \ 0|^t$;

$$\mathbf{i} = |i_s \ i_F \ i_{r1} \ i_{r2} \ \mathbf{L} \ i_{rn}|;$$

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_s & & & & & \\ & R_F & & & & \\ & & R_{r1} & & & \\ & & & R_{r2} & & \\ & & & & \mathbf{O} & \\ & & & & & R_{rn} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} L_s & M & M & M & \mathbf{K} & M \\ M & L_F & M & M & \mathbf{K} & M \\ M & M & L_{r1} & M & \mathbf{K} & M \\ M & M & M & L_{r2} & \mathbf{K} & M \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ M & M & M & M & \mathbf{K} & L_{rn} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L}_{zs} = \begin{pmatrix} w_s L_s & w_s M & w_s M & w_s M & \mathbf{K} & w_s M \\ s w_s M & s w_s L_F & w_s M & w_s M & \mathbf{K} & w_s M \\ s w_s M & s w_s M & s w_s L_{r1} & w_s M & \mathbf{K} & w_s M \\ s w_s M & s w_s M & s w_s M & s w_s L_{r2} & \mathbf{K} & w_s M \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ s w_s M & s w_s M & s w_s M & s w_s M & \mathbf{K} & s w_s L_{rn} \end{pmatrix}.$$

$U_s; i_s$ – напряжение и ток статора;

$U_F; i_F$ – напряжение и ток возбуждения;

$i_{r1}, i_{r1}, \dots, i_{rn}$ – токи соответствующего контура ротора;

$R_F; L_F$ – активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения;

$R_{rn}; L_{rn}$ – активное сопротивление и индуктивность "n" контура ротора;

M – взаимная индуктивность между обмотками.

Для определения электромагнитного момента [3] следует использовать выражение (2), где

$$U_d = \text{Re}(U_s); U_q = \text{Im}(U_s); i_d = \text{Re}(i_s); i_q = \text{Im}(i_s).$$

Математическая модель для симметричного синхронного двигателя [4] в виде многоконтурной цепи приведена на рисунке 3.

В указанной схеме зависимые источники равны:

– для контура статора:

$$E_{s1} = j w_s \times L_s \times i_s;$$

$$E_{s2} = j w_s \times M \times i_F,$$

$$E_{s3} = j w_s \times M \times i_{r1},$$

... ..

$$E_{sn} = j w_s \times M \times i_{rn},$$

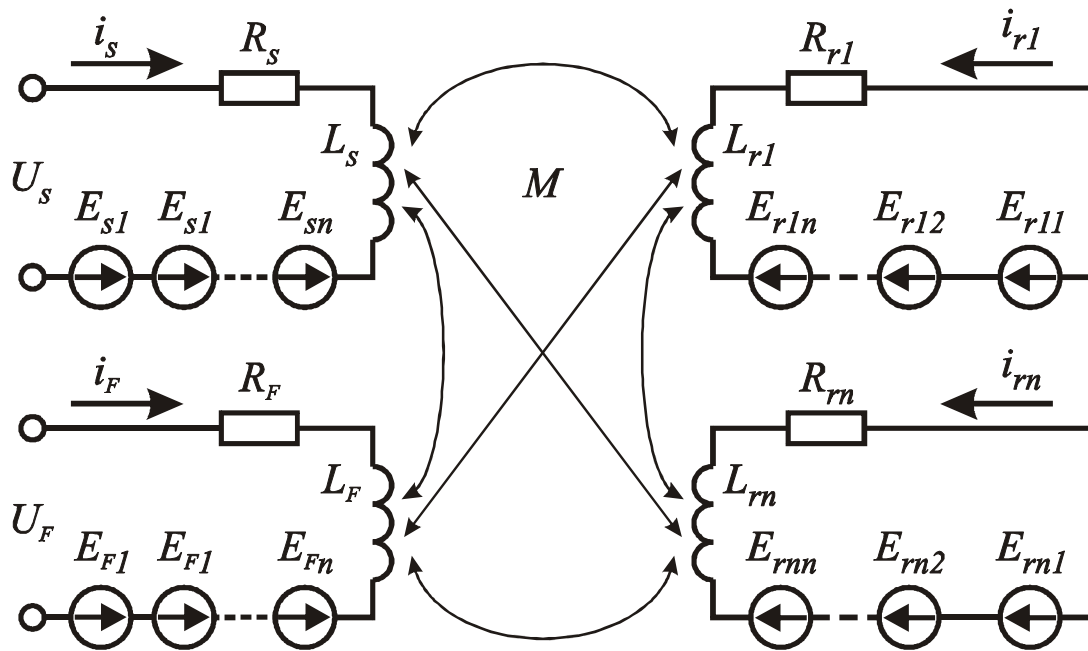


Рисунок 3 – Математическая модель симметричного синхронного двигателя

– для контура возбуждения:

$$E_{F1} = js\omega_s \times L_F \times i_F;$$

$$E_{F2} = js\omega_s \times M \times i_s;$$

$$E_{F3} = js\omega_s \times M \times i_{r1};$$

... ..

$$E_{Fn} = js\omega_s \times M \times i_{rn},$$

– для "n" контура ротора:

$$E_{rn1} = js\omega_s \times M \times i_s;$$

$$E_{rn2} = js\omega_s \times M \times i_F,$$

$$E_{rn3} = js\omega_s \times M \times i_{r1},$$

... ..

$$E_{rnn} = js\omega_s \times L_{rn} \times i_{rn},$$

Для явнополюсного синхронного двигателя в симметричном виде электрическая цепь содержит три взаимосвязанных контура, что позволяет получить аналитические выражения для анализа режимов работы. В установившемся режиме математические модели синхронных двигателей значительно упрощаются. Так как при синхронной скорости вращения токи в демпферных обмотках отсутствуют, то для явнополюсного и неявнополюсного синхронных двигателей многоконтурные цепи в соответствии с рисунком 4 получают одинаковые и матричное уравнение имеет вид:

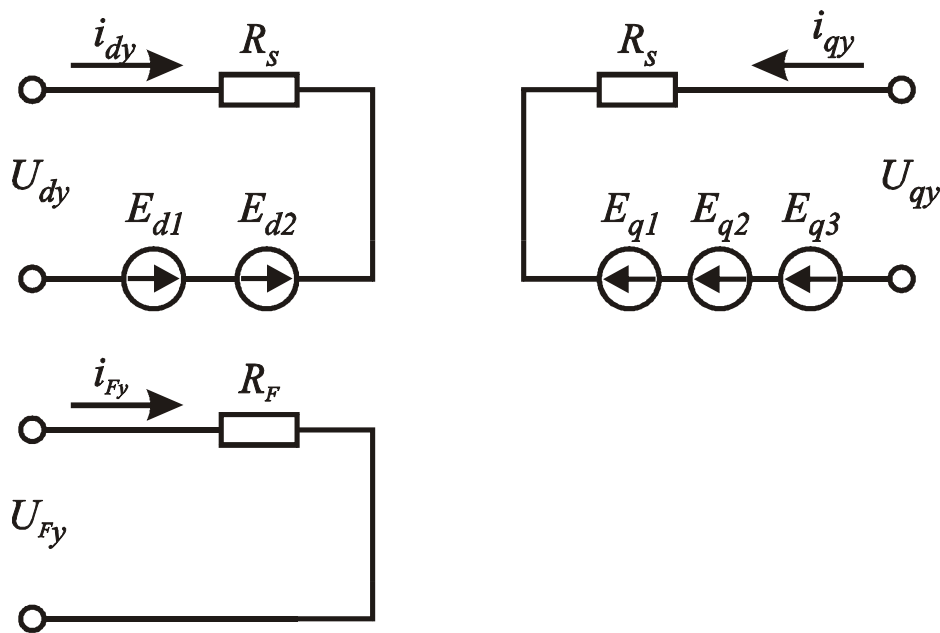


Рисунок 4 – Математическая модель синхронного двигателя в координатах dq для установившегося режима

$$\dot{\mathbf{U}}_y = \mathbf{R}_y \cdot \dot{\mathbf{i}}_y + w_s \cdot \mathbf{L}_{zy} \cdot \dot{\mathbf{i}}_y, \tag{7}$$

где $\mathbf{U}_y = \begin{vmatrix} U_{dy} & U_{qy} & U_{Fy} \end{vmatrix}^t$;

$$\mathbf{i}_y = \begin{vmatrix} i_{dy} & i_{qy} & i_{Fy} \end{vmatrix}^t$$
;

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_s & & \\ & R_s & \\ & & R_F \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L}_z = \begin{vmatrix} 0 & -L_q & 0 \\ L_d & 0 & M \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Для математической модели синхронного двигателя в симметричном виде для установившегося режима в соответствии с рисунком 5 получим:

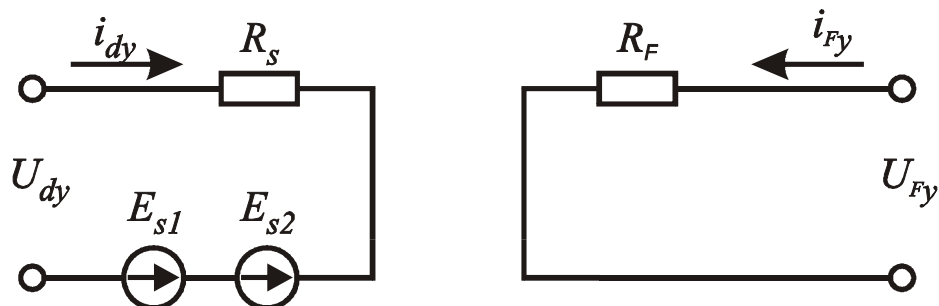


Рисунок 5 – Математическая модель синхронного двигателя в симметричном виде для установившегося режима

$$\dot{\mathbf{U}}_y = \mathbf{R}_y \cdot \dot{\mathbf{i}}_y + j\mathbf{L}_{zsy} \cdot \dot{\mathbf{i}}_y, \tag{8}$$

где $\mathbf{r} \mathbf{U}_y = \begin{vmatrix} U_{sy} & U_{Fy} \end{vmatrix}^t$;

$$\mathbf{r} \mathbf{i}_y = \begin{vmatrix} i_{sy} & i_{Fy} \end{vmatrix}^t;$$

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} R_s & \\ & R_F \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{L}_{zsy} = \begin{vmatrix} w_s L_s & w_s M \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Полученные математические модели синхронных двигателей в виде электрических цепей в различных системах координат могут быть использованы для анализа переходных процессов в системах электроснабжения предприятий по переработке сельскохозяйственной продукции.

Список литературы

1. Гаррис М., Лоуренсон П., Стеренсон Д. Система относительных единиц в теории электрических машин. М.: Энергия, 1975. 120 с.

2. Стрижков И.Г. Основы теории синхронных машин с несколькими обмотками на статоре / И.Г. Стрижков // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(84). С. 469 – 507. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/36.pdf>

3. Сивокобыленко В.Ф., Павлюков В.А. Параметры и схемы замещения асинхронных двигателей с вытеснением тока в роторе //Электрические станции, 1976. № 2. С. 51-54.

4. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. 744 с.