

УДК 62 –501.12

UDC 631.36-52

ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕГУЛИРУЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ**PECULIARITIES OF SYNTHESIS OF DIGITAL STABILIZATION SYSTEMS OF CONTROLLED VALUES**

Пугачев Василий Иванович
к.т.н., доцент

Pugachev Vasily Ivanovich
Cand.Tech.Sci., associate professor

Петриченко Виктория Гурьяновна
студент магистратуры кафедры АПП
Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия

Petrichenko Victoria Guryanovna
student of the magistracy of the chair of APP
Kuban State University of Technology, Krasnodar, Russia

В статье показаны основные проблемы, с которыми сталкиваются специалисты по управлению при синтезе цифровых систем стабилизации параметров технологических процессов. Приведены конкретные примеры оптимизации параметров регулятора, получения дискретных моделей цифровых устройств, дан сравнительный анализ непрерывной и цифровой систем

In the article, the basic problems which experts in management at synthesis of digital systems of stabilization of parameters of technological processes face are shown. The exact samples of optimization of parameters of a regulator and reception of discrete models of digital devices are resulted; the comparative analysis of continuous and digital systems is given

Ключевые слова: ДИСКРЕТНАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ, ПЕРЕХОДНАЯ ФУНКЦИЯ, ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ, ОБЪЕКТ, РЕГУЛЯТОР, СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

Keywords: DISCRETE TRANSFER, TRANSITIVE FUNCTION, DIGITAL MODEL, OBJECT, REGULATOR, CONTROL SYSTEM

Основную часть промышленных систем управления в настоящее время составляют цифровые системы. Их специфика заключается в том, что они всегда работают хуже непрерывных систем, поскольку дискретизация управляемого сигнала по уровню и времени приводит к тому, что на какое-то мгновение объект оказывается предоставлен сам себе, т. е. неуправляемым.

Для выбора периода квантования цифровой системы необходимо знать частоту среза замкнутой системы, что невозможно без знания оптимальных параметров регулятора. Поэтому необходимо вначале синтеза цифровой системы найти оптимальные параметры непрерывного регулятора. Динамика такой системы может служить эталоном для цифровой системы, который позволит принять решение о целесообразности использования цифровой системы.

При наличии непрерывной модели объекта необходимо получить его дискретную модель, используемую в дальнейших расчетах. Сложность её получения заключается в том, что трудно сказать, сколько знаков следует оставлять в коэффициентах, поскольку их значения зависят от периода квантования и они тем меньше, чем меньше период квантования. Для непрерывной системы вполне достаточно трёх знаков.

Сложность получения цифровых моделей определяется так же видом корней характеристического уравнения. Для иррациональных или повторяющихся бесконечных корней эта задача усложняется.

Для упрощения исследований будем предполагать, что любой объект с саморегулированием или без саморегулирования может быть представлен передаточной функцией второго порядка с чистым запаздыванием.

Достоинство цифровых систем перед непрерывными заключается в том, что аналитическое выражение переходной функции при наличии чистого запаздывания не приводит к необходимости его разложения в ряд Паде или Тейлора. Достаточно в передаточной функции смещения на число периодов, равное отношению чистого запаздывания к периоду квантования.

Пусть передаточная функция объекта имеет вид:

$$W_o(p) = \frac{K_o e^{-p\tau}}{T_2 p^2 + T_1 p + 1} \quad (1)$$

Исследования проведем с использованием математической системы Mathcad [1,2], позволяющей существенно упростить расчеты.

Промышленные объекты управления представляют собой многоёмкостные системы. Например, двухёмкостный объект с постоянными времени 4 и 5 (размерность времени) будет иметь передаточную функцию:

$$W_o(p) = \frac{K_o e^{-Pl}}{20p^2 + 9p + 1} \quad (2)$$

Для определенности примем: коэффициент усиления $K_o = 1,5$, время чистого запаздывания.

Оптимизацию параметров ПИД – непрерывного регулятора проведем по расширенным амплитудно-фазовым характеристикам (РАФХ). В [3] приведены формулы для расчета оптимальных параметров регуляторов со связанными параметрами настройки. Современные регуляторы лишены этого недостатка, поэтому получены формулы для оптимизации параметров регулятора с несвязанными настройками [1]:

– П - регулятор:

$$\begin{aligned} K_p = C_1 &= \operatorname{Re}^*(m, w), \\ J_m^* &= 0; \end{aligned} \quad (3)$$

– ПИ - регулятор:

$$\begin{aligned} C_0 &= w(m^2 + 1)J_m^*(m, w), \\ C_1 &= mJ_m^*(m, w) \operatorname{Re}^*(m, w); \end{aligned} \quad (4)$$

– ПИД - регулятор:

$$\begin{aligned} C_0 &= w(m^2 + 1)[J_m^*(m, w) + C_2 w], \\ C_2 &= mJ_m^*(m, w) \operatorname{Re}^*(m, w) + 2mwC_2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $C_0 = 1/T_i$; $C_1 = K_p$; $C_2 = T_d$.

Для ПИД - регулятора имеем два уравнения с тремя неизвестными, тогда задаемся отношением:

$$\frac{T_d}{T_i} = \alpha(0 - 0.3).$$

В этом случае расчет формулы для ПИД – регулятора принимает далее следующий вид:

$$\begin{aligned} C_0 &= 0.5[a \operatorname{Im}^*(m, w) + \sqrt{a^2 \operatorname{Im}^{*2}(m, w) + 4aw\alpha}]; \\ C_1 &= m \operatorname{Im}^*(m, w) \operatorname{Re}^*(m, w) + \frac{2mw\alpha}{C_0}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $a = w(m^2 + 1)$,

m – логарифмический декремент затухания, которые связаны между собой следующим далее соотношением:

$$\Psi = 1 - e^{-2\pi m}, \quad (7)$$

Ψ – относительная степень затухания.

Из предыдущей формулы (7) определяем значение логарифмического декремента затухания m :

$$m = \frac{-\ln(1 - \Psi)}{2\pi}. \quad (8)$$

Система автоматического управления будет обладать требуемой относительной степенью затухания, если расширенная амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы автоматического управления будет проходить через точку на комплексной плоскости $(-1, j0)$, т.е.

$$W_p(m, jw)W_o(m, jw) = -1, \quad (9)$$

или
$$-W_p(m, jw) = 1 / W_o(m, jw). \quad (10)$$

Для получения расширенной амплитудно-фазовой характеристикой необходимо в передаточную функцию подставить $p = (j - m)w$.

Передаточную функцию нашего исходного объекта можно представить так:

$$\frac{1}{W_o(m, jw)} = W_o^*(m, jw) = \operatorname{Re}^*(m, w) + j \operatorname{Im}^*(m, w). \quad (11)$$

Формула (11) представляет собой инверсную расширенную амплитудно-фазовую характеристику объекта.

Проведем расчет оптимальных параметров ПИД – непрерывного регулятора. Примем:

$$\alpha = 0.25, \quad \psi = 0.99, \quad \underline{m} = \frac{-\ln(1 - \psi)}{2 \cdot \pi}, \quad m = 0.733$$

$$W_o(p) = 1.5 \cdot \frac{e^{-p}}{20 \cdot p^2 + 9 \cdot p + 1}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad Wob(p) = \frac{1}{W_o(p)},$$

$$\underline{Wob}(p) = 13.33 \cdot e^p \cdot p^2 + 6.000 \cdot e^p \cdot p + .6667 \cdot e^p.$$

$$\underline{Wob}(i, w) = 13.3 \cdot e^{(i-.731)w} \cdot (i-.731)^2 \cdot w^2 + 6.00 \cdot e^{(i-.731)w} \cdot (i-.731) \cdot w + .667 \cdot e^{(i-.731)w}$$

$$\underline{\alpha} = 0.25, \quad a(w) = w \cdot (m^2 + 1),$$

$$C0(w) = 0.5 \cdot \left(a(w) \cdot \text{Im}(Wob(i, w)) + \sqrt{a(w)^2 \cdot \text{Im}(Wob(i, w))^2 + 4 \cdot a(w) \cdot w \cdot \alpha} \right)$$

$$C1(w) = m \cdot \text{Im}(Wob(i, w)) - \text{Re}(Wob(i, w)) + \frac{2 \cdot m \cdot w \cdot \alpha}{C0(w)},$$

$w = 0.02, 0.02 + 0.001 \dots 1.$

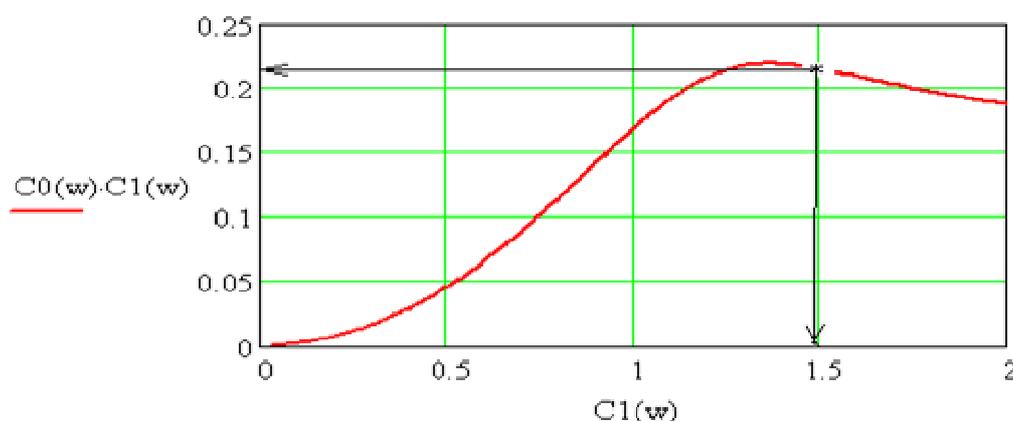


Рисунок 1 – Линия требуемой относительной степени затухания

Оптимальные параметры регулятора:

$$K_p = 1.5, \quad T_i = \frac{K_p}{0.215}, \quad \underline{T_i} = 7, \quad T_d = T_i \cdot \alpha, \quad \underline{T_d} = 1.75.$$

Передаточная функция ПИД – регулятора с оптимальными параметрами:

$$W_r(p) = K_p + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}, \quad \underline{W_r}(p) = 1.5 + 1.75 \cdot p + \frac{.1429}{p}.$$

Найдем частоту среза замкнутой системы для определения периода квантования цифрового регулятора, обеспечивающего измерение регулируемой величины без потери информации.

Поскольку мы рассматриваем работу стабилизирующего регулятора, то, формально, возмущающим является канал возмущения по нагрузке. Однако мы проверим фильтрующие свойства замкнутой САУ по каналу: задание – регулируемая величина и нагрузка - регулируемая величина.

$$W_{zpid}(p) = \frac{W_o(p) \cdot W_r(p)}{1 + W_o(p) \cdot W_r(p)}, \quad W_{z\lambda}(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p) \cdot W_r(p)}$$

$$W_{z\lambda}(p) = \frac{6.99 \cdot p \cdot e^{(-1) \cdot p}}{93.2 \cdot p^3 + 42.0 \cdot p^2 + 4.66 \cdot p + 10.5 \cdot e^{(-1) \cdot p} \cdot p + 12.2 \cdot e^{(-1) \cdot p} \cdot p^2 + 1.00 \cdot e^{(-1) \cdot p}}$$

$$W_{z\lambda}(i, w) = \frac{350 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i \cdot w}{(C(i, w) + D(i, w))}, \text{ где}$$

$$C(i, w) = .466e4 \cdot i^3 \cdot w^3 + .210e4 \cdot i^2 \cdot w^2 + 233 \cdot i \cdot w + 525 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i \cdot w$$

$$D(i, w) = 610 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i^2 \cdot w^2 + 50 \cdot e^{(-1) \cdot i w}$$

$$W_{\lambda}(w) = \sqrt{\text{Re}(W_{z\lambda}(i, w))^2 + \text{Im}(W_{z\lambda}(i, w))^2}$$

$$W_{zpid}(p) = \frac{(12.2 \cdot p^2 + 10.5 \cdot p + 1.00) \cdot e^{(-1) \cdot p}}{93.3 \cdot p^3 + [12.2 \cdot e^{(-1) \cdot p} + 42.0] \cdot p^2 + [4.67 + 10.5 \cdot e^{(-1) \cdot p}] \cdot p + 1.00 \cdot e^{(-1) \cdot p}}$$

$$W_{zpid}(i, w) = \frac{10 \cdot (105 \cdot i \cdot w + 122 \cdot i^2 \cdot w^2 + 10) \cdot e^{-i w}}{A(i, w) + B(i, w)}, \text{ где}$$

$$A(i, w) = 9330 \cdot i^3 \cdot w^3 + 1220 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i^2 \cdot w^2 + 4200 \cdot i^2 \cdot w^2$$

$$B(i, w) = 467 \cdot i \cdot w + 1050 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i \cdot w + 100 \cdot e^{(-1) \cdot i w}$$

$$W_{zpid}(w) = \sqrt{\text{Re}(W_{zpid}(i, w))^2 + \text{Im}(W_{zpid}(i, w))^2}$$

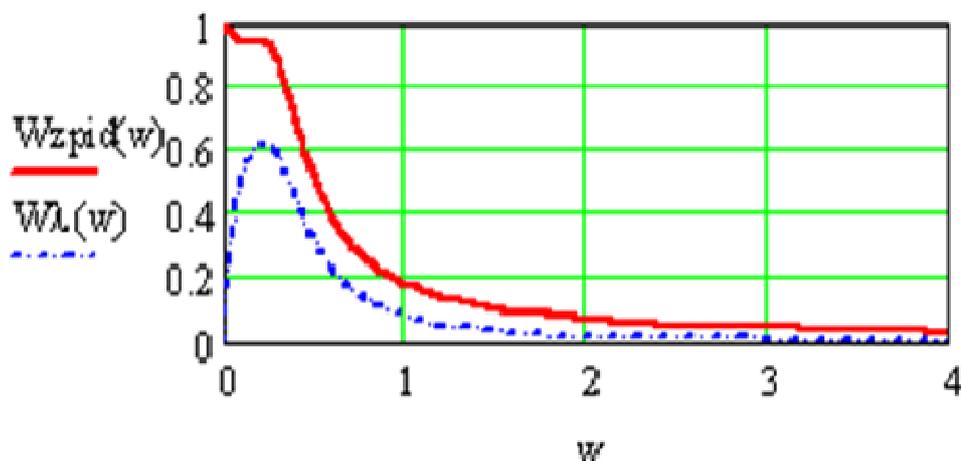


Рисунок 2 – Графики амплитудно-частотных характеристик замкнутой системы по каналам: задание – регулируемая величина $Wzpid(w)$ и возмущение - регулируемая величина $Wλ(w)$

Усреднено можно считать, что частота среза равна $Ws = 3$.

По теореме В. А. Котельникова период квантования следует выбирать $T = \frac{\pi}{Ws} = 1,05$ (ед. времени). Примем $T = 1$.

К рассматриваемой передаточной функции объекта близка передаточная функция

$$W_o(p) = \frac{K_o e^{-pT}}{18p^2 + 9p + 1} .$$

Здесь двухъёмкостный объект реализуется двумя инерционными звеньями с постоянными времени 3 и 6 ед. времени. Сравним их переходные функции. Для этого переобозначим:

$$W_{o1}(p) = 1.5 \cdot \frac{e^{-p}}{20 \cdot p^2 + 9 \cdot p + 1} , \quad W_{o2}(p) = 1.5 \cdot \frac{e^{-p}}{18 \cdot p^2 + 9 \cdot p + 1}$$

$$H_{o1}(t) = 6 \cdot \Phi(t-1) \cdot e^{(-.2500)t+.2500} - 7.500 \Phi(t-1) \cdot e^{(-.2000)t+.2000} + 1.500 \Phi(t-1)$$

$$H_{o2}(t) = 1.500 \Phi(t-1) \cdot e^{(-.3333)t+.3333} - 3 \cdot \Phi(t-1) \cdot e^{(-.1667)t+.1667} + 1.500 \Phi(t-1)$$

$$D(t) = \left(\frac{H_{o1}(t) - H_{o2}(t)}{1.5} \right) \cdot 100 .$$

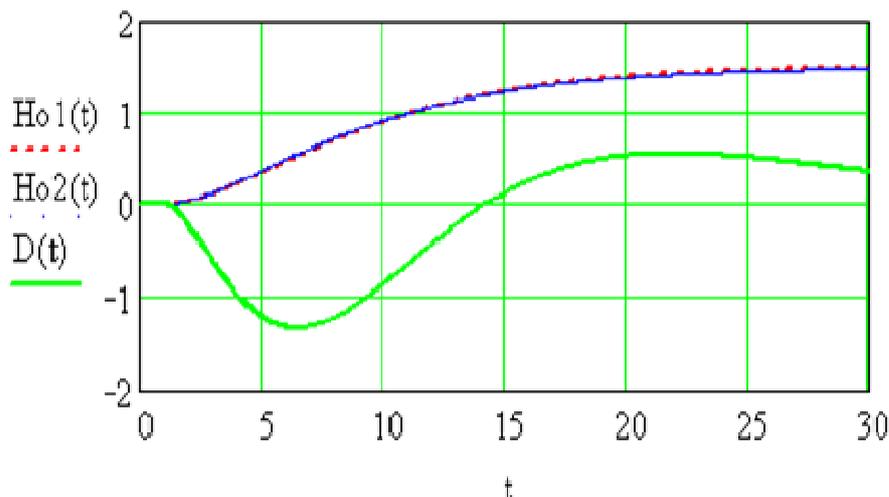


Рисунок 3 – Графики переходных функций объектов и Ho1(t) и Ho2(t) и относительной их разницы в процентах D(t)

Как видно из графиков, переходные функции практически сливаются, разница между ними около 1 процента. Если они получены экспериментально, то их обработка дала бы один и тот же результат. Однако в первом случае корни характеристического уравнения 0, 2 и 0,25, а во втором 0, 3333(3) и 0, 1666(6), что усложняет поиск дискретной передаточной функции.

Отбросим чистое запаздывание и найдем дискретные передаточные функции объектов. Предполагается, что в цифровой системе имеется фиксатор нулевого порядка.

$$W_{o1}(p) = \frac{1.5}{20 \cdot p^2 + 9 \cdot p + 1}, \quad h_{o1}(t) = 6 \cdot e^{(-.250) \cdot t} - 7.50 \cdot e^{(-.200) \cdot t} + 1.50$$

Решетчатая переходная функция объекта:

$$h_{o1}(n) = 6 \cdot e^{(-.250) \cdot nT} - 7.50 \cdot e^{(-.200) \cdot nT} + 1.50$$

Используя прямое Z – преобразование, $ho1(z,T) = Z\{ho1(n,T)\}$,

находим: $W_{n1}(z) := ho1(z,T) \cdot (1 - z^{-1})$

Принимая $T = 1$, с учетом числителя фиксатора нулевого порядка, получаем:

$$W_{n1}(z) = \frac{.3232e-1 \cdot z + .2782e-1}{z^2 - 1.598 \cdot z + .6376}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{n1}(z) = 1.52$$

Процедура определения предела передаточной функции при $z \rightarrow 1$ позволяет проверить правильность расчетов, поскольку этот предел должен равняться коэффициенту усиления объекта.

Аналогично получим дискретную передаточную функцию для другого объекта:

$$W_{o2}(p) = \frac{1.5}{18 \cdot p^2 + 9 \cdot p + 1}, \quad \underline{ho2}(t) = 1.50 \cdot e^{(-.333)t} - 3 \cdot e^{(-.167)t} + 1.50$$

$$\underline{ho2}(n) = 1.50 \cdot e^{(-.333)nT} - 3 \cdot e^{(-.167)nT} + 1.50$$

$$W_{n2}(z) := \underline{ho2}(z, T) \cdot (1 - z^{-1}), \quad W_{n2}(z) = \frac{.36556e-1 \cdot z + .28785e-1}{z^2 - 1.5630 \cdot z + .60653}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_{n2}(z) = 1.50$$

Как видно из передаточных функций, для данного периода квантования $T = 1$, достаточно 4-х значащих цифр в случае конечного и 5 - бесконечного числа знаков корней характеристического уравнения.

Примем $T = 0,1$.

$$\underline{W_{n1}}(z) := \underline{ho1}(z, T) \cdot (1 - z^{-1}), \quad \underline{W_{n1}}(z) = \frac{.36942e-3 \cdot z + .36392e-3}{z^2 - 1.9555 \cdot z + .95600}$$

$$Wn2(z) := ho2(z, T) \cdot (1 - z^{-1}), \quad Wn\chi(z) = \frac{.353639e-1z + .299134e-}{z^2 - 1.56301z + .606531},$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} Wn2(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.54$$

Уменьшение периода квантования привело к необходимости увеличивать число значащих цифр в дискретных передаточных функциях (с четырех до пяти и с пяти до шести).

Если объект не обладает саморегулированием, то проверку правильности расчета коэффициентов передаточной функции приведенной непрерывной части можно провести по формуле:

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{Wn(z)}{1 + Wn(z)} = 1, \text{ когда } z \rightarrow 1.$$

Проведем пересчет параметров непрерывного регулятора в параметры цифрового для случая интегрирования по методу площадей [4]. Там же приведены коэффициенты связи непрерывного и цифрового регуляторов для случая интегрирования по методу трапеций.

$$Kp = 1.5, \quad Ti = 7, \quad Td = 1.75, \quad T = 1.$$

$$Wr(z) = \frac{q0 + q1 \cdot z^{-1} + q2 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad q0 = Kp + \frac{Td}{T},$$

$$q1 = -\left(-\frac{T}{Ti} + Kp + \frac{2 \cdot Td}{T}\right), \quad q2 = \frac{Td}{T}.$$

$$Wr(z) = \frac{3.250 \cdot z^2 - 4.857 \cdot z + 1.750}{z^2 - 1 \cdot z}.$$

С учетом чистого запаздывания, равного периоду квантования, дискретная передаточная функция объекта равна:

$$Wn1(z) = \frac{(.3232e-1 \cdot z + .2782e-1) \cdot z^{-1}}{z^2 - 1.598 \cdot z + .6376}.$$

$$W_{raz}(z) = W_{n1}(z) \cdot W_r(z)$$

$$W_{raz}(z) \begin{cases} \text{simplify} \\ \text{expand} \\ \text{float,4} \end{cases} \rightarrow \frac{262.6 \cdot z^3 - 166.4 \cdot z^2 - 196.4 \cdot z + 121.7}{2500 \cdot z^5 - 6495 \cdot z^4 + 5589 \cdot z^3 - 1594 \cdot z^2}$$

$$W_z(z) = \frac{W_{raz}(z)}{1 + W_{raz}(z)}$$

$$W_z(z) = \frac{.10504 \cdot z^3 - .66568e-1 \cdot z^2 - .78566e-1 \cdot z + .48685e-1}{z^5 - 2.5980 \cdot z^4 + 2.3406 \cdot z^3 - .70417 \cdot z^2 - .78566e-1 \cdot z + .48685e-1}$$

$$\lim_{z \rightarrow 1} W_z(z) \text{ float,3} \rightarrow 1.00$$

Проверим на устойчивость цифровую систему по критерию Джюри.

Характеристическое уравнение замкнутой цифровой системы:

$$X(p) := z^5 - 2.5980 \cdot z^4 + 2.3406 \cdot z^3 - .70417 \cdot z^2 - .78566e-1 \cdot z + .48685e-1$$

Программа проверки устойчивости по критерию Джюри [1].

$$b := X(p) \begin{cases} \text{simplify} \\ \text{coeffs, z} \\ \text{float,4} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} .4869e-1 \\ -.7857e-1 \\ -.7042 \\ 2.341 \\ -2.598 \\ 1. \end{pmatrix}, n = \text{length}(b) - 1, \quad A = \begin{cases} \text{for } i \in 0..n \\ a_i \leftarrow b_{n-i} \\ a \end{cases}$$

$$A \text{ float,4} \rightarrow \begin{pmatrix} 1. \\ -2.598 \\ 2.341 \\ -.7042 \\ -.7857e-1 \\ .4869e-1 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \\ z^3 \\ z^4 \\ z^5 \end{pmatrix}$$

$$B(z) := V^T \cdot b, \quad \lim_{z \rightarrow 1} B(z) = .8920e-2$$

$$\lim_{z \rightarrow -1} [(-1)^n \cdot B(z)] \text{ float,4} \rightarrow 6.516$$

$$Q = \left[\begin{array}{l} a \leftarrow A \\ \text{for } j \in 0..n-2 \\ \quad \text{last} \leftarrow n-j \\ \quad \text{for } k \in 0..last \\ \quad \quad b_k \leftarrow a_{last-k} \\ \quad op \leftarrow b \\ \quad q_j \leftarrow \frac{a_{last}}{a_0} \\ \quad \text{for } i \in 0..(last-1) \\ \quad \quad c_i \leftarrow a_i - b_i \cdot q_j \\ \quad a \leftarrow c \\ Q \leftarrow q \end{array} \right], \quad \text{Kcoef} = \begin{pmatrix} 0.049 \\ 0.048 \\ -0.697 \\ 0.939 \end{pmatrix}, \quad \text{Kpid} = \begin{pmatrix} 0.049 \\ 0.048 \\ -0.697 \\ 0.939 \end{pmatrix}$$

Kcoef = Q.

Цифровая система устойчива.

Изображение переходной функции цифровой системы:

$$H(z) = Wz(z) \cdot \frac{z}{z-1}$$

$$H(z) = \frac{.1050 z^4 - .6657e-1 z^3 - .7857e-1 z^2 + .4869e-1 z}{z^6 - 3.598 z^5 + 4.939 z^4 - 3.045 z^3 + .6256 z^2 + .1273 z - .4869e-}$$

Используя обратное Z-дискретное преобразование, получили выражение переходной функции цифровой системы.

$$H_{pid}(n) = (-.178) \cdot e^{(-.102)n} \cdot \cos(.991e-18 \cdot n) + 1.00 \cdot e^{(-.194e-16)n} \cdot \cos(.969e-18 \cdot n) + .144e-16 \cdot e^{(-.194e-16)n} \cdot \sin(.969e-18 \cdot n) - .725e-1 \cdot e^{(-1.51)n} \cdot \cos(3.14 \cdot n)$$

$$\begin{aligned}
 &+ .218e - 21 \cdot e^{(-1.51) \cdot n} \cdot \sin(3.14 \cdot n) + .354 \cdot e^{(-.994) \cdot n} \cdot \cos(.118e - 38 \cdot n) \\
 &- .536 \cdot e^{(-.208) \cdot n} \cdot \sin(.315 \cdot n) + .138e - 16 \cdot e^{(-.102) \cdot n} \cdot \sin(.991e - 18 \cdot n) \cdot \\
 &- .475e - 21 \cdot e^{(-.994) \cdot n} \cdot \sin(.118e - 38 \cdot n) - 1.11 \cdot e^{(-.208) \cdot n} \cdot \cos(.315 \cdot n) \cdot
 \end{aligned}$$

Для сравнения качества работы непрерывной и цифровой систем построим на одном графике их переходные функции.

$$W_{zpid}(i, w) = \frac{10 \cdot (105 \cdot i \cdot w + 122 \cdot i^2 \cdot w^2 + 10) \cdot e^{-i w}}{A(i, w) + B(i, w)},$$

где:

$$A(i, w) = 9330 \cdot i^3 \cdot w^3 + 1220 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i^2 \cdot w^2 + 4200 \cdot i^2 \cdot w^2,$$

$$B(i, w) = 467 \cdot i \cdot w + 1050 \cdot e^{(-1) \cdot i w} \cdot i \cdot w + 100 \cdot e^{(-1) \cdot i w}$$

$$H_{zpid}(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^2 \frac{\text{Re}(W_{zpid}(i, w) \cdot \sin(w \cdot t))}{w} dw$$

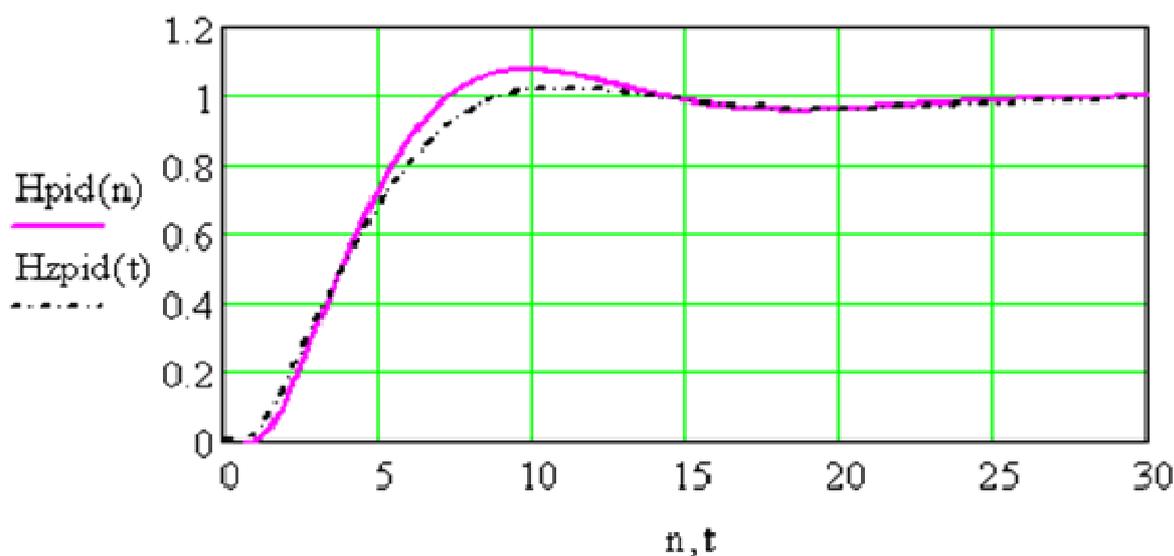


Рисунок 4 – Графики переходных функций непрерывной $H_{zpid}(t)$ и цифровой $H_{pid}(n)$ систем при $T = 1$.

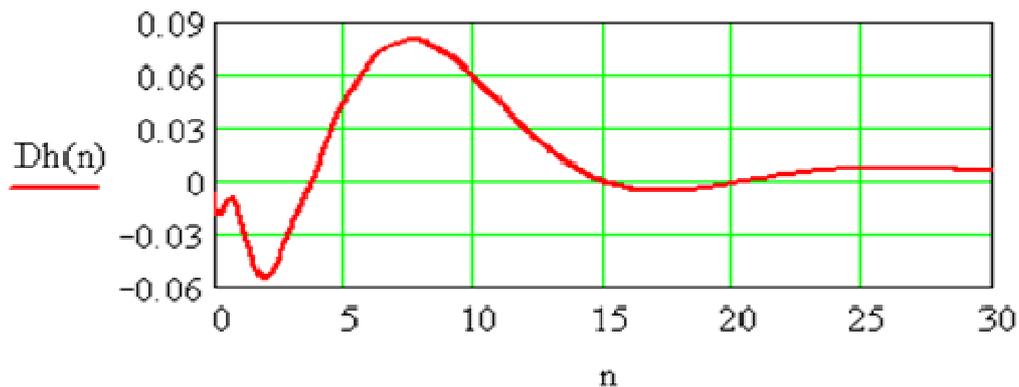


Рисунок 5 – График отклонений переходной функции цифровой САУ от непрерывной при $T = 1$.

Как следует из графиков, динамический заброс у цифровой системы больше на 8 процентов, чем у непрерывной.

Проведя аналогичные исследования для периода квантования $T=0,5$, получили сравнительные графики переходных функций непрерывной $H_{zpid}(t)$ и цифровой $H_{pid}(n)$ систем.

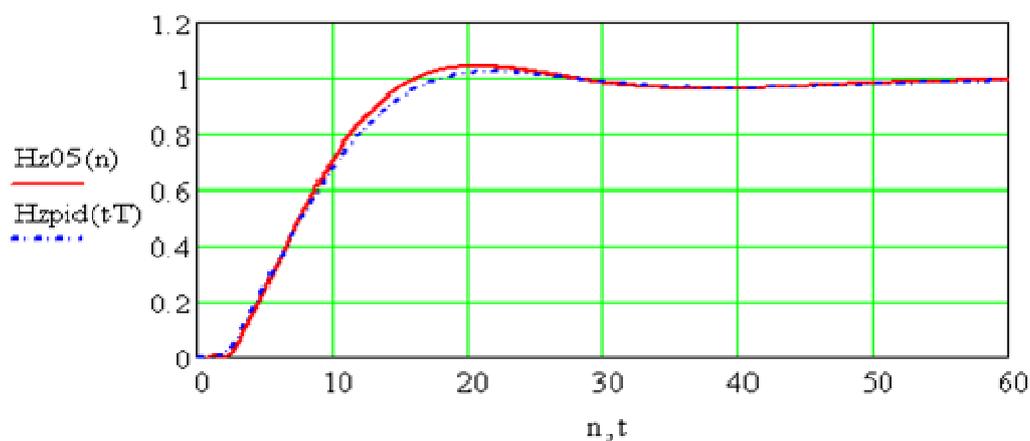


Рисунок 6 – Графики переходных функций непрерывной $H_{zpid}(t)$ и цифровой $H_{pid}(n)$ систем при $T = 0,5$.

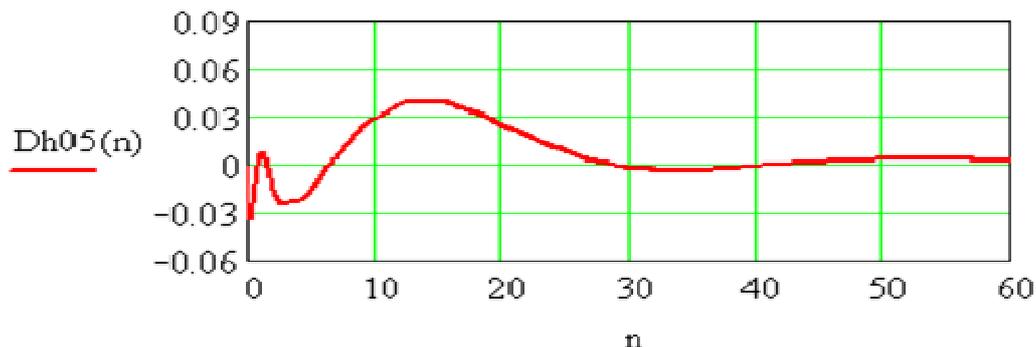


Рисунок 7 – График отклонений переходной функции цифровой САУ от непрерывной при $T = 0,5$.

При этом отклонение переходной функции цифровой САУ от непрерывной не превышает 4 процентов, т. е. уменьшилось в два раза..

Выводы

1) Непрерывная система с оптимальными параметрами регулятора может служить эталоном при синтезе цифровых систем.

2) При аппроксимации кривых разгона целесообразно подбирать коэффициенты передаточных функций, обеспечивающих конечное число цифр корней характеристического уравнения.

3) Не следует значительно уменьшать период квантования по сравнению с рекомендациями В. А. Котельникова, поскольку это приводит к необходимости увеличивать число знаков после запятой в коэффициентах дискретной передаточной функции. Однако целесообразность уменьшить расчетный период квантования вдвое не вызывает сомнений.

Литература

1. Пугачев В.И. Теория автоматического управления. «Использование Mathcad при анализе и синтезе систем управления». Учебное пособие / Куб. гос. технол. у-нт. - Краснодар. 2006 - 140 с.
2. Кудрявцев Е.М.. Mathcad 11: Полное руководство по русской версии. – Москва...:ДМК Пресс, 2005. – 592 с., ил.

3. Стефани Е.П. Основы расчета настройки регуляторов тепло-энергетических процессов. - М.:Энергия,1972. -376 с.

4. Пугачев В.И. Теория автоматического управления, раздел «Цифровые системы управления». Учебное пособие / Куб. гос. технол. у-нт. - Краснодар. 2005 - 100 с.