

УДК 531.9+539.12.01

UDC 531.9+539.12.01

**ДИНАМИКА КВАРКОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ И КВАРКОВЫЕ ОБОЛОЧКИ****QUARK DYNAMICS IN ATOMIC NUCLEI AND QUARK SHELLS**

Трунев Александр Петрович

к.ф.-м.н., Ph.D.

*Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада*

Alexander Trunev

Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.

*Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada*

В работе рассмотрена система уравнений Дирака, описывающая динамику кварков в метрике атомных ядер. Показано, что энергия связи нуклонов для всех известных нуклидов может быть представлена как функция от содержания кварков. Полученные зависимости энергии связи нуклонов свидетельствуют о наличии кварковых оболочек, аналогичных электронным оболочкам

In this article, we consider a system of Dirac equations describing the dynamics of quarks in the metric of the atomic nuclei. We found out, that the binding energy of the nucleons for all known nuclides depends on the content of the quarks. The resulting dependence of the energy of the nucleons shows a quark shells, similar electron shells

Ключевые слова: КВАРКИ, НЕЙТРОН, МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ, МЕТРИКА, ПРОТОН, ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ, ЯДРО

Keywords: BINDING ENERGY, QUARKS, MAGNETIC MOMENT, METRIC, PROTON, NEUTRON, NUCLEI

**Введение**

Согласно теории ядерных оболочек [1-4], периодические закономерности в ядрах объясняются, по аналогии с электронными оболочками, принципом Паули, который применяется отдельно в отношении протонов и нейтронов, заполняющих ядерные оболочки. С другой стороны, в моделях квантовой хромодинамики, которые широко используются для моделирования адронов и атомных ядер [3-5], нуклоны представляются как составные частицы, состоящие из кварков. Возникает вопрос, существуют ли в атомных ядрах кварковые оболочки, аналогичные электронным оболочкам? В работах [7-9] сформулирована модель метрики адронов, удовлетворяющая основным требованиям физики элементарных частиц и космологии, а также рассмотрена динамика кварков, взаимодействующих с полем Янга-Миллса. Получены результаты по магнитным моментам барионов, согласующиеся с экспериментом с высокой точностью. В настоящей работе рассмотрено применение модели динамики кварков [8-9] к моделированию энергии связи нуклонов в атомных ядрах. Выведено уравнение энергии связи нуклонов в

зависимости от содержания кварков. Показано, что кварки в атомных ядрах формируют оболочки, аналогичные электронным оболочкам в атомах.

### Основные уравнения модели метрики адронов

Рассмотрим центрально-симметричную метрику вида [7-10]

$$\Psi = h_{ij} w^i w^j = -dt^2 + e^{2n} dr^2 + dq^2 + s^2(q) dj^2$$

$$\frac{d^2 s}{dq^2} = -ks \tag{1}$$

$$w^1 = dt, w^2 = e^n dr, w^3 = dq, w^4 = s dj$$

Здесь  $h_{ij} = h^{ij}$  - метрический тензор пространства Минковского сигнатуры (- + + +),  $k = const$  - гауссова кривизна квадратичной формы  $dq^2 + s^2(q) dj^2$ , Функция  $n = n(r, t)$  определяется путем решения уравнений Янга-Миллса [10]. Всюду, где не оговорено, используется система единиц, в которой константы скорости света и Планка равны единице.

Среди всех решений уравнений Янга-Миллса, в случае метрики (1), есть такое, которое выражается через эллиптическую функцию Вейерштрасса [10]. В этом случае уравнения модели приводятся к виду [7-9]:

$$A_{tt} = \frac{1}{2}(A^2 - k^2), e^n = A_t, t = t \pm r + t_0$$

$$A = \sqrt[3]{12} \wp(t / \sqrt[3]{12}; g_2, g_3),$$

$$b_{11} = -b_{22} = \frac{1}{3} A - \frac{k}{6}, b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6} A - \frac{k}{3}, b_{12} = b_{21} = 0. \tag{2}$$

Здесь обозначено:  $g_2, g_3$  - инварианты функции Вейерштрасса, причем  $g_2 = k^2 \sqrt[3]{12}$ ;  $t_0$  - свободный параметр, связанный с выбором начал

координат;  $b_{ij} + b_{ji} - 2(h^{ij}b_{ij})h_{ij} = T_{ij}$  - тензор энергии-импульса материи.

Отметим, что в этих обозначениях уравнения Эйнштейна имеют вид

$$b_{ij} + b_{ji} + bh_{ij} = R_{ij} \quad (3)$$

$b = h^{ij}b_{ij}$ ;  $R_{ij}$  - тензор Риччи.

В метрике (2) можно определить дефект решетки типа пузыря. В области пузыря считаем, что  $A^2 = k^2$ , а во внешней области решение зададим в виде (2), имеем

$$\begin{aligned} A^2 = k^2, e^n = 0, |t| < t_0 \\ A = \sqrt[3]{12}\wp(t / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), e^n = A_t, |t| > t_0 \end{aligned} \quad (4)$$

На границах пузыря непрерывна функция  $A$  и ее первая производная,

$$k = \sqrt[3]{12}\wp(t_0 / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), A_t = 0, |t| = t_0 \quad (5)$$

В частном случае решетки с инвариантами заданными в виде  $g_2 = \sqrt[3]{12}, g_3 = 1$ , находим первый ноль и соответствующее значение параметра метрики  $t_0 = 3.0449983, k = 2.1038034$ . Отметим, что метрика во внутренней области пузыря является трехмерной, поскольку не содержит радиальной координаты. Действительно, используя уравнения (1) и (4), находим

$$\Psi = -dt^2 + dq^2 + \cos^2(\sqrt{k}q + q_0)dj^2 \quad (6)$$

Аналогично строится решение для других корней второго уравнения (5). Все эти решения отличаются только размером пузыря, тогда как значение параметра  $k$  не меняется.

Всякий пузырь можно вывернуть наизнанку, просто изменив на противоположные неравенства (4). В этом случае можно определить метрику во внешней области пузыря, используя решение первого уравнения (2), так, чтобы метрика внешнего пространства совпала с метрикой нашей Вселенной [7]. Наконец, третий тип частиц можно

составить как комбинацию двух первых, в результате возникает пузырь, ограниченный оболочкой конечной толщины [7-9].

Преобразуем метрику (6) к стандартному виду. Для этого умножим обе части выражения (6) на постоянное число  $-k$  и введем новые переменные, отличающиеся от старых переменных на постоянный множитель  $\sqrt{k}$ , в результате находим

$$\Psi \rightarrow \Psi_1 = dt^2 - dq^2 - \sin^2 q dj^2 \quad (7)$$

Метрика (7) использовалась для моделирования структуры барионов, в том числе протона и нейтрона [8-9].

### **Динамика кварков**

Для описания динамики кварков во внутренней области пузыря с метрикой вида (7) рассмотрим систему уравнений Дирака во внешнем поле Янга-Миллса. Отметим, что согласно (2) в метрике (7) тензор энергии импульса является постоянным. Следовательно, будем предполагать, что поле Янга-Миллса во внутренней области пузыря сводится к некоторой совокупности констант. В настоящей модели использованы три константы, а само поле описывается скалярным и векторным потенциалом

$$B_m^b = (f^b, A_m^b)$$

Кроме того, будем учитывать электромагнитное поле, которое генерируют кварки. Используя результаты работы [11], преобразуем уравнение Дирака к криволинейным координатам (7). Имеем систему уравнений

$$ig^m (\nabla_m + iq_{ab} A_m^b) \psi_a = m_{ab} \psi_a \quad (8)$$

Здесь обозначено  $g^m, q_{ab}, A_m^b, \psi_a, m_{ab}$  - матрицы Дирака, параметры взаимодействия, векторный потенциал, волновая функция и эффективная

масса поля кварка  $a$  входящего в состав частицы  $b$  соответственно.

Матрицы Дирака в метрике (7) имеют вид

$$g^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad g^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -ie^{-ij} \\ 0 & 0 & ie^{ij} & 0 \\ 0 & ie^{-ij} & 0 & 0 \\ -ie^{ij} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$g^q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin q & e^{-ij} \cos q \\ 0 & 0 & e^{ij} \cos q & \sin q \\ \sin q & -e^{-ij} \cos q & 0 & 0 \\ -e^{ij} \cos q & -\sin q & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В этих обозначениях оператор Дирака в метрике (7) можно представить в форме

$$g^m \nabla_m = g^0 \partial_t + g^q \partial_q + \frac{g^j}{\sin q} \partial_j$$

Поскольку кварки обладают электрическим зарядом, они генерируют электромагнитное поле, посредством которого взаимодействуют друг с другом. Для описания этого взаимодействия используем уравнения квантовой электродинамики в форме

$$aq_{ab} \bar{Y}_a g^m Y_a = (\partial_t^2 - \nabla^2) A_e^m \quad (9)$$

Здесь  $a = e^2 / \hbar c$  - постоянная тонкой структуры,  $\bar{Y}_a = Y_a^+ g^0 Y_a^+$  - сопряженный (по Эрмиту) вектор. Таким образом, предполагаем, что токи и заряды кварков суммируются, создавая коллективное поле, с которым кварки взаимодействуют в соответствии с уравнениями (8).

Система уравнений (8)-(9) использовалась для моделирования динамики кварков в случае барионов [8]. В простейшем случае, в котором учитывается только одно электромагнитное поле, модель содержит 15 нелинейных уравнений в частных производных. Для понижения порядка системы представим решение уравнений (8)-(9) в форме

$$y_a = e^{-iwt+iLj} \begin{pmatrix} f_1(q) \\ f_2(q)e^{ij} \\ if_3(q) \\ if_4(q)e^{ij} \end{pmatrix}_a \quad (10)$$

Здесь  $L, w$  - проекция углового момента на выделенную ось и энергия системы соответственно. Система уравнений Дирака для случая представления решения в форме (10), приводится к виду,

$$\begin{aligned} f_1' &= (L + q_{ab}A_b \sin q)(f_1 \cot q + f_2) + f_2 + \\ &(m_{ab} + w - q_{ab}\Phi_b)(f_3 \sin q - f_4 \cos q) \\ f_2' &= (L + q_{ab}A_b \sin q)(f_1 - f_2 \cot q) - f_2 \cot q - \\ &(m_{ab} + w - q_{ab}\Phi_b)(f_3 \cos q + f_4 \sin q) \\ f_3' &= (m_{ab} - w + q_{ab}\Phi_b)(f_1 \sin q - f_2 \cos q) + \\ &(L + q_{ab}A_b \sin q)(f_3 \cot q + f_4) + f_4 \\ f_4' &= -(m_{ab} - w + q_{ab}\Phi_b)(f_1 \cos q + f_2 \sin q) + \\ &(L + q_{ab}A_b \sin q)(f_3 - f_4 \cot q) - f_4 \cot q \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь предполагается, что  $A_b = A_e + A_{YM}, \Phi_b = \Phi_e + \Phi_{YM}$ .

Отметим, что масса и заряд являются индивидуальными для каждого кварка, а момент и энергия всей системы выбираются из условия образования стоячих волн вдоль меридиональной координаты. Вычисляя ток в левой части уравнения (9) и оператор набла в правой части, находим уравнения, описывающие электродинамическую часть потенциала

$$aq_{ab}\bar{y}_a g^0 y_a = aq_{ab} \left( \sum_{i=1}^4 f_i^2 \right)_a = -\Phi_e'' - \Phi_e' \cot q, \quad (12)$$

$$aq_{ab}\bar{y}_a g^j y_a = 2aq_{ab} (f_1 f_4 - f_2 f_3)_a = -A_e'' - A_e' \cot q + \frac{A_e}{\sin^2 q},$$

$$\bar{y}_a g^q y_a = 0.$$

Здесь по индексу  $a$  осуществляется суммирование по всем кваркам, входящим в систему. Таким образом, в случае нуклонов задача сводится к

решению системы из 14 обыкновенных дифференциальных уравнений, а в случае атомных ядер число уравнений в системе составляет  $12A+2$ , где  $A$  – число нуклонов в ядре.

Как известно, электромагнитные свойства элементарных частиц характеризуются электрическим зарядом и магнитным моментом. Поэтому параметры поля Янга-Миллса, фигурирующие в уравнениях (11), должны быть связаны с величиной заряда и магнитного момента системы кварков, которые определяются следующим образом

$$Q_b = \int dV q_{ab} \bar{Y}_a \mathbf{g}^0 Y_a = 4p \int_0^{p/2} dq \sin q q_{ab} \left( \sum_{i=1}^4 f_i^2 \right)_a \quad (13)$$

$$m_b = \frac{1}{2} \int dV [\mathbf{r} \times \mathbf{j}]_z = 2pm_q \int_0^{p/2} dq \sin^2 q q_{ab} \bar{Y}_a \mathbf{g}^j Y_a =$$

$$4pm_q \int_0^{p/2} dq \sin^2 q \sum_a q_{ab} (f_1 f_4 - f_2 f_3)_a$$

В качестве единицы измерения массы возьмем 1 МэВ, тогда параметры поля Янга-Миллса, векторный потенциал и энергия системы будут выражаться в единицах МэВ. Единицей магнитного момента в этом случае является  $m_q = 1.0219978 m_B$ , где  $m_B$  - магнетон Бора. Сомножителем здесь выступает удвоенная масса электрона, выраженная в принятых единицах массы.

### Модель нуклонов

Влияние векторного потенциала на параметры барионов исследовалось в работе [8]. Было установлено, что масштаб изменения параметров векторного поля Янга-Миллса не превышает 1 МэВ. Следовательно, можно исключить это поле из рассмотрения, заменив его скалярным потенциалом, влияющим на эффективную массу кварков [9, 12]. Решение системы уравнений (11)-(12) с нулевым векторным потенциалом Янга-Миллса можно получить в виде ряда по степеням

параметра  $a$ . Для системы кварков основное состояние с нулевым моментом представляется в стандартном виде (10) с постоянными функциями  $f_i$ :

$$L = 0, f_1 = f_{ab}, f_2 = 0, f_3 = f_4 = g_{ab} \tag{14}$$

В случае (14) система уравнений (11) с нулевым векторным потенциалом приводится к виду:

$$2g_{ab} + (m_{ab} - w_{ab})f_{ab} = 0, w_{ab} = -m_{ab} \tag{15}$$

Вычисляя компоненты 4-вектора тока, и используя первое условие нормировки (13), находим

$$\begin{aligned} j^0 &= f_{ab}^2 + g_{ab}^2 = (1 + m_{ab}^2)f_{ab}^2, \\ j^j &= 2f_{ab}g_{ab} \sin q = -2m_{ab}f_{ab}^2 \sin q, \\ 4pj^0 &= 1, f_{ab}^2 = \frac{1}{4p(1 + m_{ab}^2)} \end{aligned} \tag{16}$$

Используем полученные результаты для вычисления магнитных моментов нейтрона и протона. Общие свойства исследуемых нуклонов и кварков представлены в таблицах 1-2.

Таблица 1. Свойства барионов

Symbol	Spin	Charge	Mass	BaryonNumber	GFactor	Hypercharge	Isospin	QuarkContent
p	$\frac{1}{2}$	1	938.27203	1	5.585694713	1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuark, UpQuark, UpQuark}}
p̄	$\frac{1}{2}$	-1	938.27203	-1	5.585694713	-1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuarkBar, UpQuarkBar, UpQuarkBar}}
n	$\frac{1}{2}$	0	939.56536	1	-3.82608545	1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuark, DownQuark, UpQuark}}
n̄	$\frac{1}{2}$	0	939.56536	-1	-3.82608545	-1	$\frac{1}{2}$	{{DownQuarkBar, DownQuarkBar, UpQuarkBar}}

Таблица 2. Свойства кварков

Symbol	Spin	Charge	Mass	BaryonNumber	Bottomness	Charm	Hypercharge	Isospin	Strangeness	Topness
u	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	2.2	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
ū	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	2.2	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	5.0	$\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0
d̄	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	5.0	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	0

Если предположить, что в составе протона кварки типа  $u$  имеют противоположно направленные спины, а в составе нейтрона кварки  $d$  имеют противоположно направленные спины, тогда магнитный момент протона зависит от эффективной массы  $d$  кварка, а магнитный момент нейтрона зависит от эффективной массы  $u$  кварка. В этих предположениях находим

$$m_b / m_q = -\frac{2m_{ab}q_{ab}}{3(1 + m_{ab}^2)}, b = n, p; a = u, d. \quad (17)$$

В случае протона имеем  $m_p / m_q = 1.5544916 \times 10^{-3}$ , соответственно уравнение (17) имеет два корня

$$m_{dp} = 0.00699556 \text{ MeV}; 142.948 \text{ MeV} . \quad (18)$$

Для нейтрона  $m_n / m_q = -1.06479466 \times 10^{-3}$ , а эффективная масса  $u$  кварка имеет два значения:

$$m_{un} = 0.0023958 \text{ MeV}; 417.397 \text{ MeV} . \quad (19)$$

Следовательно, в каждом случае имеем два корня уравнения (17). Один из них соответствует очень малой энергии кварков порядка нескольких кэВ. Второй корень (18) близок к массе заряженного пи-мезона - 139.57018 МэВ, а второй корень (19) близок к величине массы трех пи-мезонов.

### **Моделирование энергии связи нуклонов в атомных ядрах**

Как известно, нуклоны объединяются в атомные ядра под влиянием ядерных сил. Однако сами ядерные силы долгое время оставались загадкой, не смотря на многочисленные феноменологические модели [1-2]. Заметный прогресс в моделировании ядерных сил связан с развитием квантовой хромодинамики [13-14] и численных моделей нуклонов и легких ядер [5-6].

В работе [9] развита модель, которая позволяет объяснить природу ядерных сил динамикой кварков в метрике (7). Предполагается, что ядра

состоят из оболочек с метрикой типа (7) и глюонного конденсата, для описания которого используются модели [15-18]. Рассмотрим применение полученных результатов к моделированию энергии связи нуклонов в атомных ядрах.

Наше основное предположение заключается в том, что каждый нуклон в ядре теряет свою индивидуальность, диссоциирует на отдельные кварки, которые образуют кварковые оболочки. Эти оболочки заполняются последовательно, подобно тому, как заполняются электронные оболочки. Поскольку же нуклоны состоят из двух типов кварков, то существуют оболочки двух типов, которые заполняются *u* и *d* кварками соответственно. В этом случае энергия связи, приходящаяся на один нуклон, зависит от концентрации кварков в оболочках и от энергии взаимодействия кварков.

Можно также предположить, что кварки каждого типа образуют ферми-газ, обладающий химическим потенциалом как у релятивистских частиц. Отметим, что обычно это предположение относится к самим нуклонам, поэтому стандартная формула энергии связи содержит слагаемое, описывающее кинетическую энергию нуклонов [2-4,19].

Наконец, последнее предположение заключается в том, что при диссоциации масса нуклона расходуется на возбуждение кинетической энергии кварков и на создание связей между кварками. С учетом всех предположений уравнение энергии связи имеет вид

$$E_b = m_p Z + m_n N - V_u(2Z + N) - V_d(Z + 2N) + Q_u(2Z + N)^2 / r_A + Q_d(Z + 2N)^2 / r_A + Q_{ud}(2Z + N)(Z + 2N) / r_A \quad (20)$$

Здесь обозначено:  $m_p Z$ ,  $m_n N$  – суммарная масса протонов и нейтронов, входящих в состав ядра;

$V_u$ ,  $V_d$  – химический потенциал *u* и *d* кварков соответственно;

$2Z + N$  – число *u* кварков;

$Z + 2N$  – число d кварков;

$Q_i$  – параметры взаимодействия кварков;

$r_A$  – средний радиус ядерной оболочки.

Для замыкания модели положим

$$\begin{aligned} r_A^3 &= A = Z + N, \\ V_u &= \sqrt{m_u^2 + V_0^2 (2Z + N)^{2/3} / (Z + N)^{2/3}}, \\ V_d &= \sqrt{m_d^2 + V_0^2 (Z + 2N)^{2/3} / (Z + N)^{2/3}} \end{aligned} \quad (21)$$

Первое уравнение (21) описывает зависимость среднего радиуса ядерной оболочки от числа нуклонов (в этом разделе мы используем букву  $A$  для обозначения числа нуклонов в ядре), второе и третье уравнения (21) описывают зависимость химического потенциала ферми-газа релятивистских частиц от их плотности. Фигурирующий в этих уравнениях масштабный множитель зададим как среднюю величину максимальной энергии из выражений (18) и (19), следовательно

$$V_0 = (142.948 + 417.397) / 2 = 280.173 \text{ MeV} \quad (22)$$

На рис. 1-4 представлены данные моделирования энергии связи по уравнениям (20)-(22) для нуклидов элементов с зарядом ядра от 4 до 112 включительно.

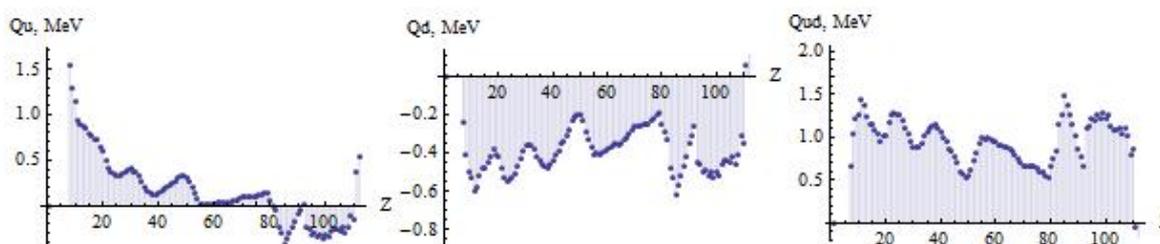


Рис. 1. Зависимость параметров взаимодействия кварков в ядрах изотопов различных химических элементов от числа протонов.

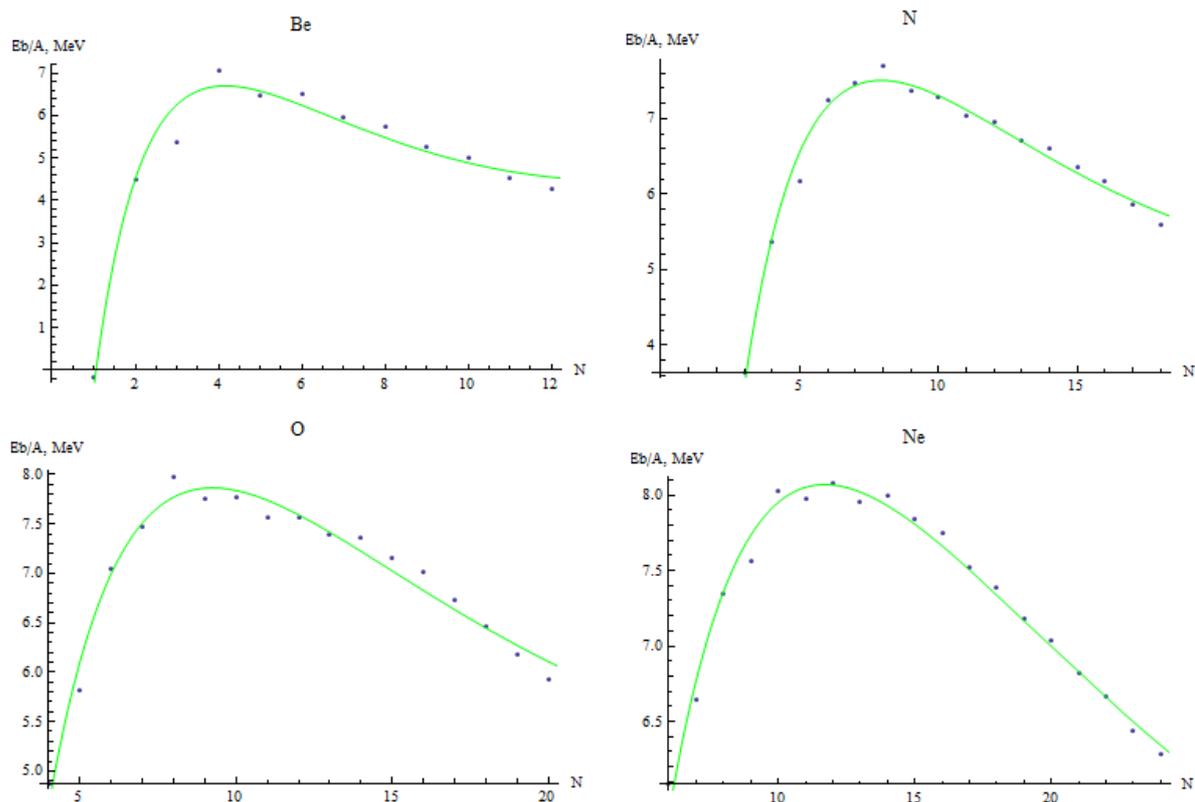
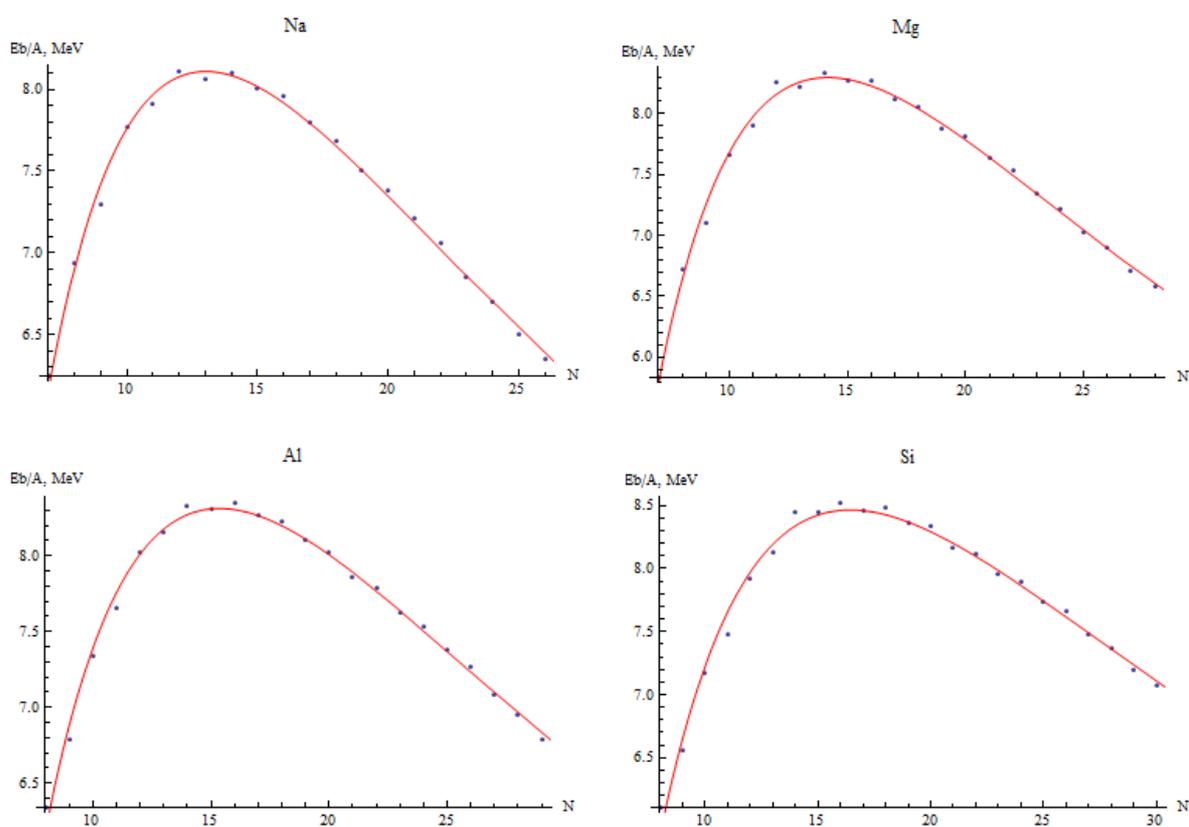


Рис. 2. Моделирование энергии связи в ядрах изотопов бериллия, азота, кислорода и неона.



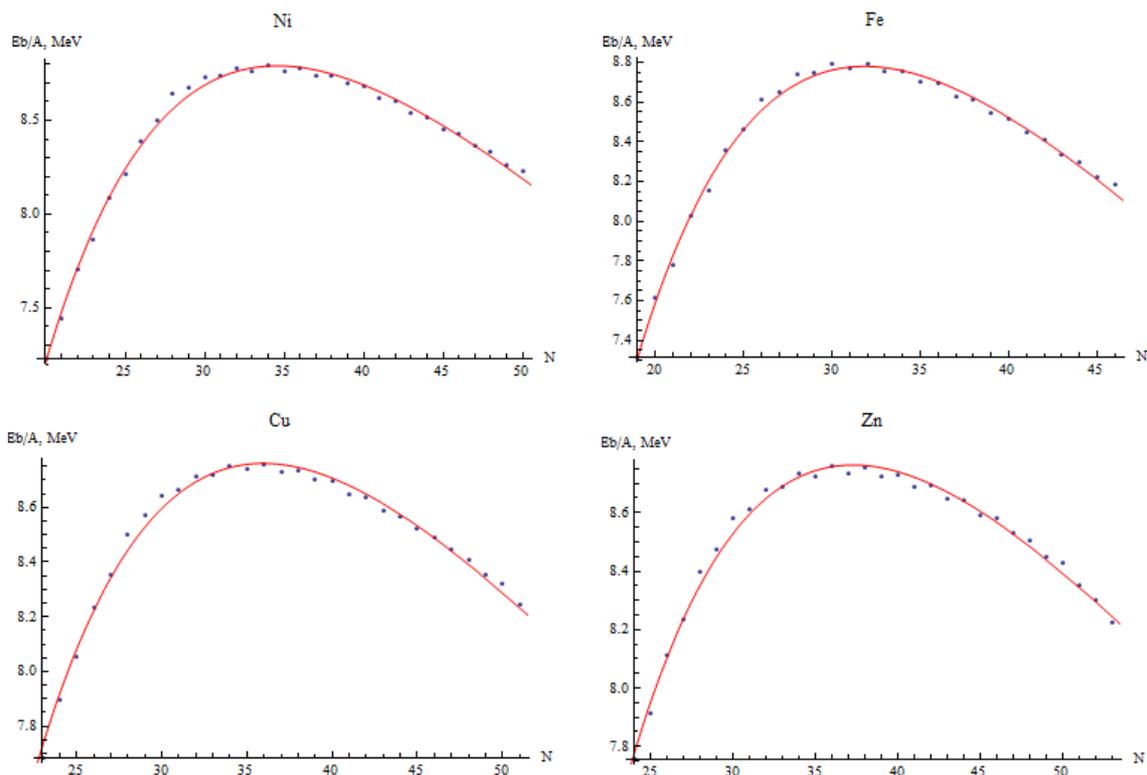


Рис. 3. Моделирование энергии связи в ядрах изотопов натрия, магния, алюминия, кремния, никеля, железа, меди и цинка.

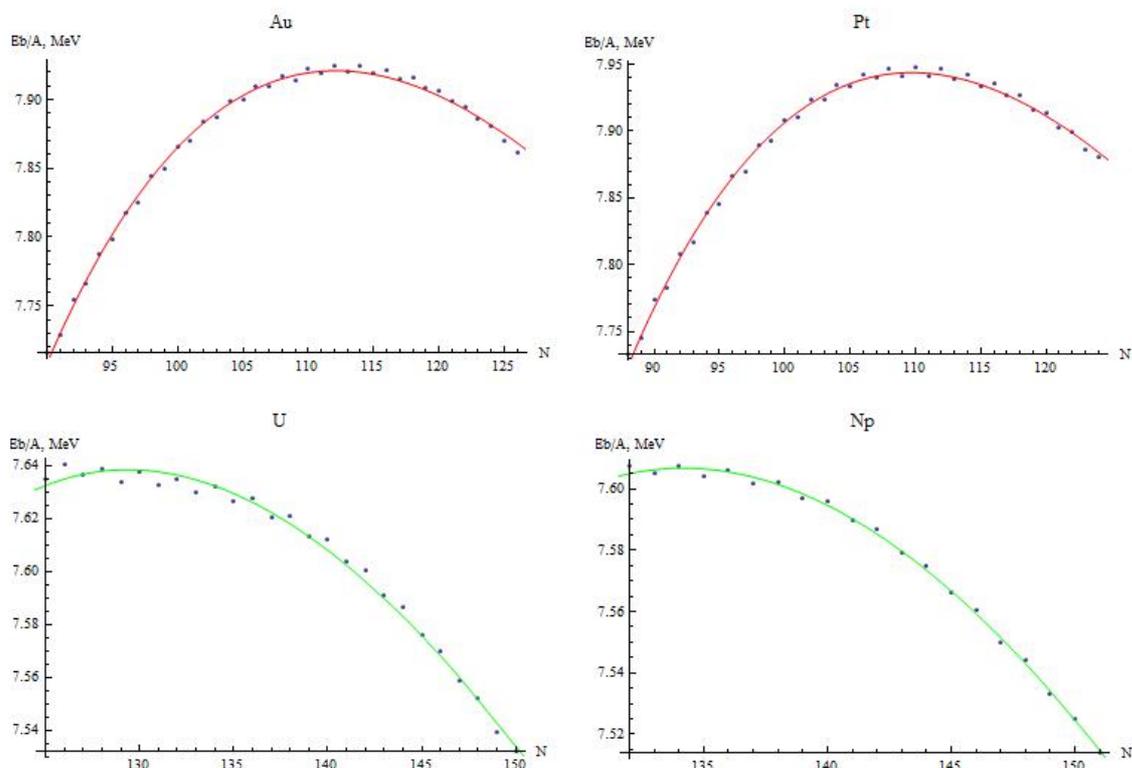


Рис. 4. Моделирование энергии связи в ядрах изотопов золота, платины, урана и нептуния.

Параметры взаимодействия кварков немонотонно изменяются с числом протонов, как это следует из данных на рис.1. Отсюда можно сделать вывод, что существуют кварковые оболочки, аналогичные электронным оболочкам (отметим, что все вычисления и визуализация данных осуществлялись на основе системы [20]). Кварковые оболочки замещают собой ядерные оболочки [1-4], которые последовательно заполняются нуклонами. В настоящей модели предполагается, что нуклоны диссоциируют на составляющие их кварки, которые заполняют кварковые оболочки. Этот процесс заполнения находит свое отражение в поведении параметров взаимодействия – рис. 1.

Отсюда возникает асимметрия выражения энергии связи (20), обусловленная расщеплением масс нуклонов и кварков, а также с асимметрией взаимодействия кварков в оболочках. Эта асимметрия сглаживается за счет большого химического потенциала кварков, что равносильно большой кинетической энергии частиц двух ферми газов, которая составляет, согласно (22), около 280 MeV на одну частицу.

Ферми газы, состоящие из двух видов кварков, удерживаются в пузыре стенкой из глюонов [7-10,15-18]. Функция Вейерштрасса, посредством которой моделируется метрика адронов, имеет полюсы в области стенки, что соответствует бесконечной плотности энергии, как это следует из уравнений (2). Поэтому кварки не могут покинуть пузырь иначе, как путем дробления исходного пузыря на два (или более) пузыря, что соответствует распаду ядер. Наряду с дроблением можно рассмотреть также процесс коагуляции пузырей, соответствующий слиянию ядер.

### **Кластеры кварков**

В объеме пузыря в пределах ядерных оболочек кварки могут объединяться в кластеры, имитирующие свойства протона, нейтрона и легких ядер – дейтерия, трития, гелия и т.п. Такие кластеры возникают в силу синхронизации движения кварков в оболочках, поэтому, в отличие от

оригинальных частиц и ядер, они похожи на систему зарядов, неподвижных относительно друг друга. На рис. 5-7 представлена визуализация некоторых кластеров, сделанная на основе поверхностей равного уровня электростатического потенциала системы зарядов, с использованием стандартных программ Wolfram Mathematica 9.0 [20].

Потенциал отдельного заряда задается в виде  $\Phi_i = q_i / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ , а потенциал системы зарядов в виде  $\Phi = \sum_i q_i / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ , где заряды имеют значения из таблицы 2.

Данные, приведенные на рис. 5-6 показывают, что электростатический потенциал системы зарядов, состоящей из кварков, имеет весьма сложную структуру, что необходимо учитывать в задачах рассеянии заряженных частиц. В этой связи заметим, что партоны или кварки впервые были обнаружены в экспериментах по рассеянию электронов на протонах [21], как точечные составляющие адронов. Не смотря на то, что свободные кварки не наблюдаются, наличие сложной структуры адронов можно считать установленным фактом.

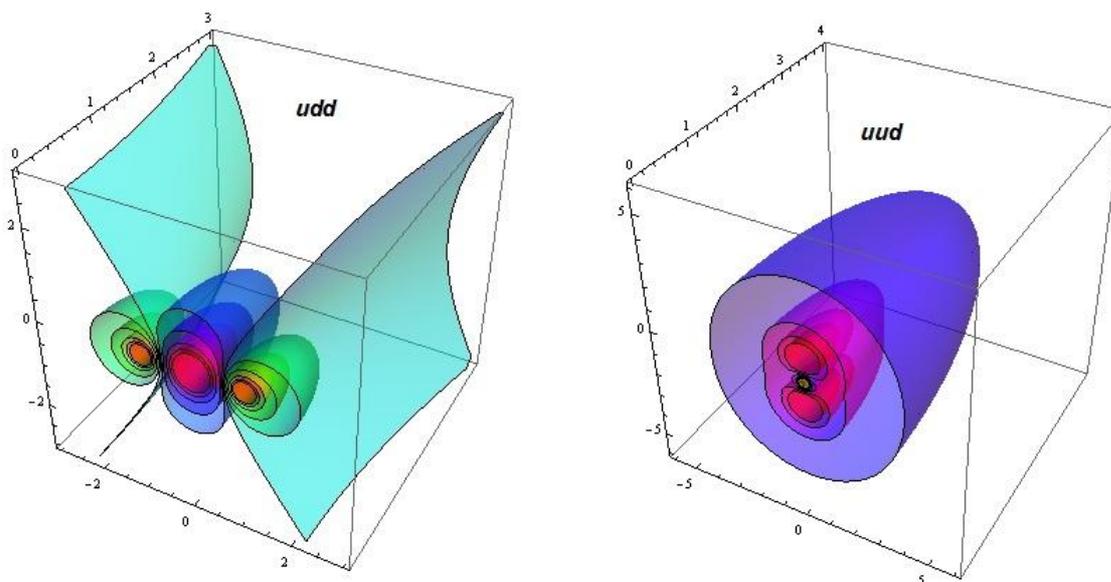


Рис. 5. Кластеры кварков, имитирующие электростатические свойства нейтрона и протона: в случае нейтрона заряды кварков  $\{2/3, -1/3,$

$-1/3$  расположены в точках  $\{0, 0, 0\}, \{1, 0, 0\}, \{-1, 0, 0\}$ , в системе координат  $\{x, y, z\}$ ; в случае протона заряды кварков  $\{-1/3, 2/3, 2/3\}$  расположены в точках  $\{0, 0, 0\}, \{0, 0, 1\}, \{0, 0, -1\}$  в системе координат  $\{x, y, z\}$ . Показаны уровни потенциала  $\{-1, -0.75, -0.5, -0.25, -0.1, 0, .1, 0.25, 0.50, 0.75, 1\}$ .

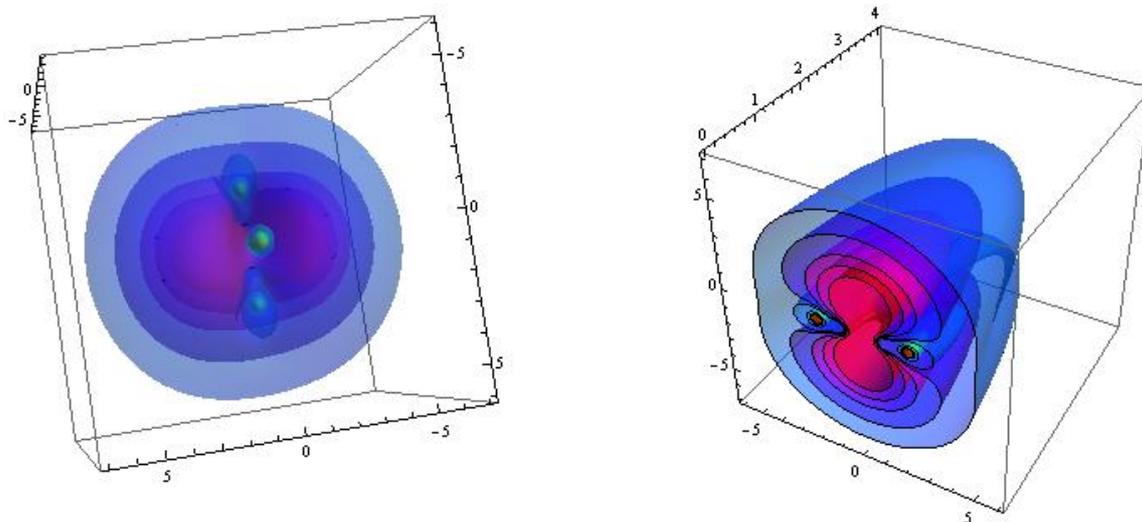


Рис. 6. Кластеры кварков, имитирующие электростатические свойства дейтрона (левый рисунок) и альфа-частиц. Дейтрон: заряды кварков протона  $\{-1/3, 2/3, 2/3\}$  располагаются в точках  $\{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}, \{0, 0, -1\}$ , заряды кварков нейтрона  $\{2/3, -1/3, -1/3\}$  располагаются в точках  $\{0, -1, 0\}, \{1, 0, 0\}, \{-1, 0, 0\}$  в системе координат  $\{x, y, z\}$ . Поверхности соответствуют уровням электростатического потенциала  $\{-1, -0.75, -0.5, -0.25, -0.1, 0, 0.1, 0.25, 0.50, 0.75, 1\}$ . Альфа-частицы: заряды кварков одного протона  $\{-1/3, 2/3, 2/3\}$  расположены в точках  $\{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}, \{0, 0, -1\}$ , заряды кварков второго протона  $\{-1/3, 2/3, 2/3\}$  расположены в точках  $\{0, 2, 0\}, \{0, 0, 2\}, \{0, 0, -2\}$ , заряды кварков одного нейтрона  $\{2/3, -1/3, -1/3\}$  расположены в точках с координатами  $\{0, -1, 0\}, \{1, 0, 0\}, \{-1, 0, 0\}$ , заряды кварков второго нейтрона

расположены в точках  $\{\{0, -2, 0\}, \{2, 0, 0\}, \{-2, 0, 0\}\}$  в системе координат  $\{x, y, z\}$ . Показаны уровни суммарного электростатического потенциала  $\{-1, -0.75, -0.6, -0.45, -0.35, 0, 0.35, 0.45, 0.60, 0.75, 1\}$ .

Отождествление партонов с кварками позволило установить [21], что кварки  $u$  и  $d$  обладают значительно меньшей массой – таблица 2, чем предполагалось в первоначальной модели [12], в которой массы кварков превосходили массу протона. Такой выбор был обусловлен моделированием магнитных моментов барионов [8, 12], однако представленная выше модель показывает, что уравнение Дирака позволяет смоделировать магнитные моменты барионов в форме уравнения (17), которое имеет решения и при малой массе кварков.

С другой стороны, модель энергии связи нуклонов в атомных ядрах (20)-(22) показывает, что энергия кварков в ядерных оболочках сравнима с массой пары пионов. Однако в легких ядрах изотопов водорода энергия кварков, видимо определяется меньшим корнем уравнения (17) [9].

Наличие кластеров означает, что в разложении энергии связи по степеням плотности кварков в правой части уравнения (20) присутствуют не только линейные и квадратичные слагаемые, но и кубические члены, соответствующие кластерам  $\{uud\}$  и  $\{udd\}$ , слагаемые шестой степени, соответствующие кластерам  $\{\{uud\}, \{udd\}\}$ , а также слагаемые двенадцатой степени, соответствующие кластерам альфа-частиц  $\{\{\{uud\}, \{udd\}\}, \{\{uud\}, \{udd\}\}\}$ .

Действительно, учитывая, что в природе наблюдается альфа-распад, можно ожидать, что существует корреляция слагаемых 12 степени плотности кварков с энергией связи. Такая корреляция должна быть особенно велика для тяжелых элементов. На рис. 7 приведены кривые зависимости энергии связи, рассчитанные по уравнению (20) без учета образования кластеров — синие кривые, а также с учетом образования

кластеров дейтрона и альфа-частиц — красные линии. Точки соответствуют экспериментальным данным по энергии связи для изотопов свинца, ртути, полония и астата.

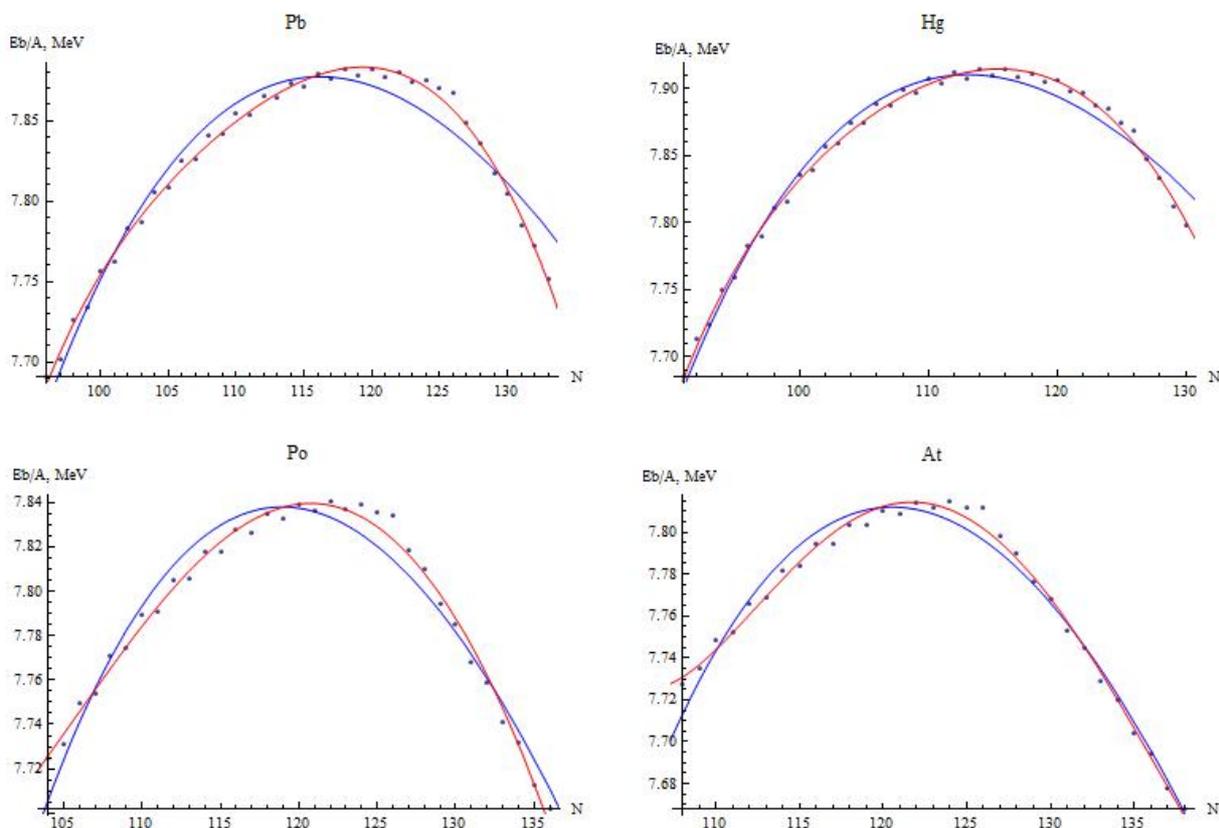


Рис. 7. Моделирование энергии связи в ядрах изотопов свинца, ртути, полония и астата: синяя линия рассчитана по уравнению (20) без учета кластеров, красная линия с учетом кластеров дейтрона и альфа-частиц. Точки соответствуют экспериментальным данным.

Уравнение (20) с учетом слагаемых 6 и 12 степени плотности кварков имеет вид

$$\begin{aligned}
 E_b / A = & m_p n_p + m_n n_N - V_u n_u - V_d n_d + Q_u n_u^2 r_A^2 + Q_d n_d^2 r_A^2 \\
 & + Q_{ud} n_u n_d r_A^2 + Q_{np} (n_u n_d)^3 + Q_{npnp} (n_u n_d)^6
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Здесь  $n_p = Z / A$ ,  $n_N = N / A$ ,  $n_u = (2Z + N) / A$ ,  $n_d = (Z + 2N) / A$  – плотность протонов, нейтронов и двух видов кварков соответственно;  $Q_i$  – параметры взаимодействия кварков, учитывающих вклад кластеров дейтрона и альфа-частиц в энергию связи.

Отметим, что выражение (23) позволяет моделировать с высокой точностью энергию связи нуклонов в ядрах изотопов тяжелых элементов. Полагая в уравнении (23)  $Q_u = Q_d = 0$  приходим к модели с тремя параметрами – рис. 8, в которой выделен вклад парного взаимодействия кластеров протонов и нейтронов. Среднее значение параметра взаимодействия кластеров нуклонов составляет  $\langle Q_{np} \rangle = 2.4321 \text{ MeV}$ , что близко к массе  $u$  кварка. Среднее значение параметра взаимодействия кварков составляет при этом всего  $\langle Q_{ud} \rangle = 0.1847 \text{ MeV}$ .

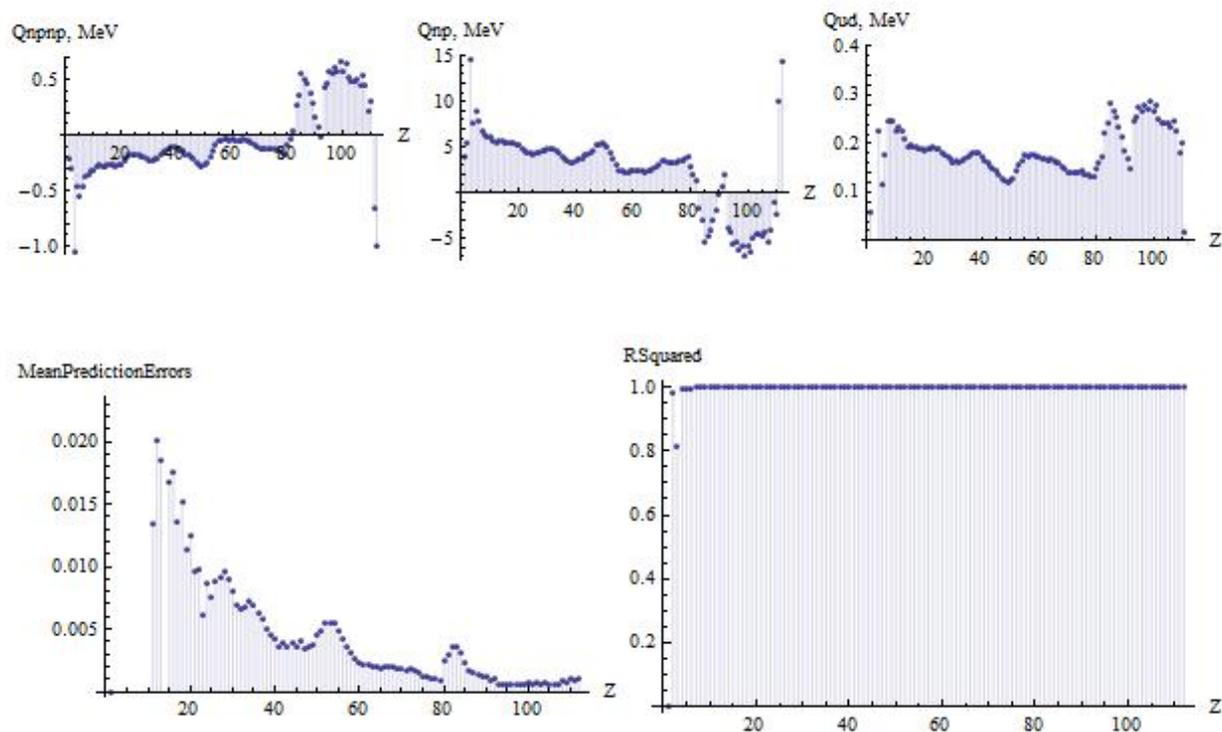


Рис. 8. Зависимость параметров взаимодействия кварков и кластеров нуклонов в ядрах изотопов различных химических элементов от числа протонов.

### **Структура кварковых оболочек**

Правило заполнения кварковых оболочек с учетом образования кластеров может быть выведено из представленной выше динамической модели. Заметим, что число кварков в ядрах в три раза превосходит число нуклонов. Например, ядра изотопов золота содержат от 90 до 126 нейтронов и 79 протонов. Следовательно, необходимо разместить в оболочках от 507 до 615 кварков. Очевидно, что эта задача по сложности намного превосходит аналогичную задачу размещения 79 электронов в электронных оболочках атома золота.

Эта задача усложняется еще по двум причинам. Во-первых, кварки в ядре не имеют никакого центра притяжения, поэтому радиальное квантовое число отсутствует в этой задаче. Во-вторых, энергия взаимодействия кварков мала – рис. 8, тогда как их кинетическая энергия велика, согласно уравнению (22). Следовательно, кварковые оболочки формируются в процессе образования кластеров нуклонов, которые имеют большую энергию связи, но меньшую кинетическую энергию.

Учитывая, что энергия связи кварков относительно мала, а энергия связи кластеров нуклонов порядка массы кварков, можно предположить, что наиболее вероятной комбинацией является сочетание трех кварков. При этом образуются кластеры, похожие по своим свойствам на нуклоны. Согласно первому уравнению (16) плотность кварков во внутренней области пузыря является постоянной. Следовательно, состояние такой системы определяется только энергией. Тогда вероятность формирования

кластера нуклона пропорциональна произведению энергии трех кварков, а статистика определяется распределением Ферми. В результате приходим к модели, исследованной в работах [22-24]:

$$x_{i+1}x_i^2 = \frac{K}{e^{-x_i} + a} \tag{24}$$

$$x_i = -\frac{E_i}{Aq}, \quad K = \frac{4p}{3Aq^3} a g_A (1 + 1/A)^{2/3} b^2(A) b(A+1)$$

$$m_N = m_Z = m_A = q \ln a, \quad E_N = E_Z = -E_A / A$$

Здесь  $g_i, E_i, m_i, q$  - весовые факторы, энергия, химический потенциал и температура системы соответственно,  $b(A) = 0.05325 \ln A$ . Все размерные величины в модели (24) имеют размерность МэВ.

На рис. 9 представлена бифуркационная диаграмма модели (24), по которой определяется правило заполнения кварковых оболочек. Модель (24) предсказывает, что существует всего 8 кварковых оболочек, которые содержат четное число уровней энергии. Этот результат позволяет объяснить известный факт различия ядер с четным и нечетным числом нуклонов. Действительно, при четном числе нуклонов число кварков является четным, поэтому уровни энергии в оболочках заполняются последовательно по правилу 2+4, а в нечетных ядрах заполнение осуществляется по правилу 1+2.

Кроме того, модель (24) позволяет объяснить, почему при добавлении нейтронов энергия связи в начале растет, а потом убывает – рис. 2-4, 7. Этот факт объясняется формой кварковых оболочек в плоскости (E, A) — рис. 9. Было установлено, что в модели (24) наблюдается переход к хаотическому поведению, когда параметр  $\alpha$  приближается к некоторому критическому значению [22]. Следовательно, модель (24) позволяет объяснить наличие дискретного и непрерывного спектра возбуждения атомных ядер. Например, в структуре третьей

оболочки уровни энергии разделяются на два по мере роста атомного числа (убывания параметра  $K$ ), а затем сливаются в сплошной спектр — рис. 9.

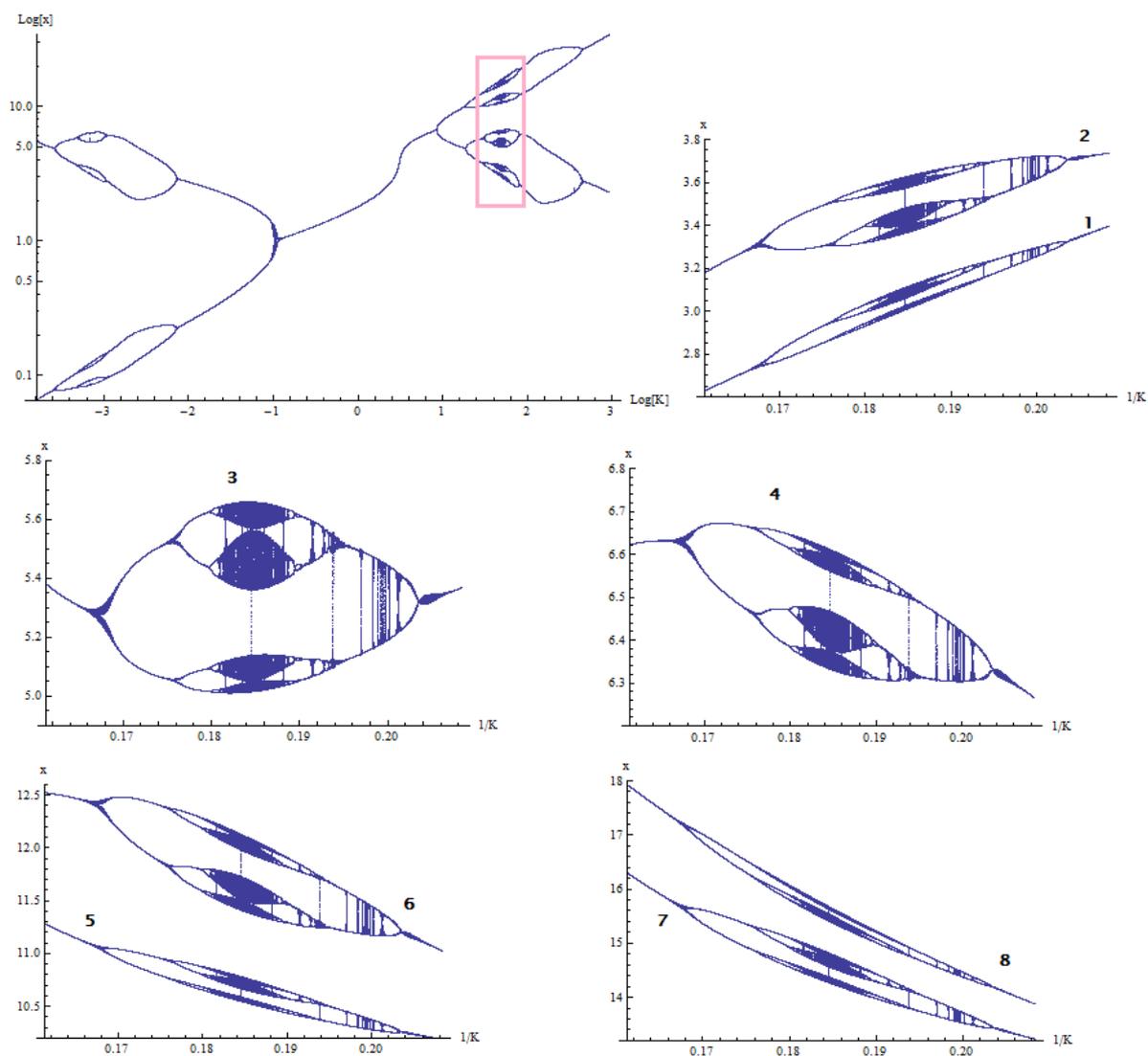


Рис. 9. Бифуркационная диаграмма модели (24) иллюстрирующая правило заполнения кварковых оболочек (выделены квадратом) и структура оболочек в координатах  $(x, 1/K)$  при  $\alpha = 1/136.2$ .

Наконец, заметим, что модель кварковых оболочек позволяет объяснить особенности строения и свойства атомных ядер, подобно тому, как электронные оболочки позволяют объяснить строение и свойства

атомов. На основе предложенной модели можно создать периодическую таблицу, аналогичную таблице Менделеева, в которой свойства ядер будут поставлены в зависимости от кварковых конфигураций.

*Автор выражает благодарность Д.Б. Волову и Е.В. Луценко за полезные замечания.*

## References

1. Maria Goeppert-Mayer. On Closed Shells in Nuclei/ DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 74; 1948. II DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 75; 1949
2. Иваненко Д.Д., Периодическая система химических элементов и атомное ядро // Д.И.Менделеев. Жизнь и труды, АН СССР, М., 1957, с.66-100.
3. Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И. Менделеева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(79). С. 414 – 439. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/29.pdf>
4. Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И.Менделеева. Часть 2. // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 491 – 514. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/37.pdf>
5. S. Durr, Z. Fodor, J. Frison *et al.*. Ab Initio Determination of Light Hadron Masses// Science, 21 November 2008: Vol. 322, no. 5905 pp. 1224-1227.
6. S. Quaglioni, P. Navratil, R. Roth, and W. Horiuchi. From nucleons to nuclei to fusion reactions//arXiv:1203.0268 [nucl-th]
7. Трунев А.П. Моделирование метрики адронов на основе уравнений Янга-Миллса // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(84). С. 874 – 887. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf>, 0,875 у.п.л.
8. Трунев А.П. Динамика кварков в метрике адронов и структура барионов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №01(85). С. 525 – 542. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/42.pdf>
9. Трунев А.П. Динамика кварков в метрике барионов и структура ядра // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №01(85). С. 623 – 636. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/01/pdf/49.pdf>
10. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Полное решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметричной метрики// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2011, 4(3), 350-362.
11. V. Dzhunushaliev. Canonical conjugated Dirac equation in a curved space// arXiv:1202.5100, Feb. 25, 2012.

12. J.J.J. Kokkedee. The Quark Model. – W.A. Benjamin Inc., NY-Amsterdam, 1969.
13. G. Gasser and H. Leutwyler, Ann. Phys. 158, 142 (1984).
14. S. Weinberg, Physica 96A, 327 (1979); Phys. Lett. B 251, 288 (1990); Nucl. Phys. B363, 3 (1991).
15. V. Dzhunushaliev. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185 (2004); <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312289v4.pdf>
16. V. Dzhunushaliev. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
17. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>
18. Alexander Trunev. Hadrons mass spectrum and the gluon thermodynamics//Chaos and Correlation, Nov. 25, 2012, [http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR\\_2\\_11\\_2012.pdf](http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_11_2012.pdf)
19. P. Leboeuf. Regularity and chaos in the nuclear masses/ Lect. Notes Phys. 652, Springer, Berlin Heidelberg 2005, p.245, J. M. Arias and M. Lozano (Eds.).
20. Wolfram Mathematica 9.0/ <http://www.wolfram.com/mathematica/>
21. R.P. Feynman. Photon-Hadron Interactions. – W.A. Benjamin Inc. Reading, Massachusetts, 1972; Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами - пер. с англ., М., 1975.
22. Volov D. B. Specific behavior of one chaotic dynamics near the fine-structure constant//arXiv:1205.6091,05/2012, <http://arxiv.org/pdf/1302.3163.pdf>
23. Трунев А.П. Бифуркация энергии связи и хаос в атомных ядрах// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(79). С. 403 – 413. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/28.pdf>
24. Трунев А.П. Хаос и фазовые переходы в атомных ядрах // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 515 – 523. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/38.pdf>