

УДК 621.313

UDC 621.313

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АСИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА С РАЗВЕТВЛЕННОЙ СТАТОРНОЙ ОБМОТКОЙ**

**MATHEMATICAL FORMULATION OF ASYNCHRONOUS GENERATOR WITH RAMIFIED STATOR'S WINDING**

Стрижков Игорь Григорьевич  
д.т.н., профессор кафедры ЭМиЭП  
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

Strizhkov Igor Grigorievich  
Dr.Sci.Tech., professor  
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

Ванурин Владимир Николаевич  
д.т.н., профессор  
*ВНИИПТИМЭСХ, г.Зерноград, Россия*

Vanurin Vladimir Nikolaevich  
Dr.Sci.Tech., professor  
*Zernograd, Russia*

Ильченко Яков Андреевич  
инженер  
*Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия*

Ilchenko Yakov Andreevich  
engineer  
*Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia*

В статье приводится математическое описание асинхронного генератора с короткозамкнутым ротором, конденсаторным возбуждением и разветвленной трехфазной обмоткой статора. Описанию подлежат электромагнитные и электромеханические процессы генератора в режиме автономной электроустановки. Описание построено на основании уравнений равновесия напряжения в электрических контурах генератора, уравнениях токов и уравнении движения ротора

In the article the following items are represented: mathematical formulation of asynchronous generator with cage rotor, condenser's excitation and ramified 3-phase stator's winding. Electromagnetic and electromechanical processes of generator in the isolated regime are described. Equations of voltage stability, equations of current, equations of rotor are used for describing of electricity circuits of generator

Ключевые слова: АСИНХРОННЫЙ ГЕНЕРАТОР, РАЗВЕТВЛЕННАЯ ОБМОТКА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Keywords: ASYNCHRONOUS GENERATOR, RAMIFIED WINDING, MATHEMATICAL FORMULATION

В сельскохозяйственном производстве все более широкое применение находят мобильные автономные электроустановки с бензогенераторами в качестве источников питания электроприемников. Такие генераторы могут быть асинхронными с разветвленной статорной обмоткой для создания благоприятных условий возбуждения от конденсаторов повышенного напряжения и обеспечения потребителей электроэнергией повышенного качества.

При исследовании таких генераторов большое значение придается математическим методам, имеющим более широкие возможности исследования электромагнитных и электромеханических процессов, чем

экспериментальные, в частности, при исследовании аномальных режимов работы.

В статье приведены результаты математического описания асинхронного генератора (АГ) [1], на статоре которого (рис. 1) размещена обмотка, выполненная из девяти секционных групп разного расположения в пространстве машины (рис.2). Все секции обмотки одинаковые. При этом обмотки 1-6 имеют по две катушечные группы из трех секций, обмотки 7, 8 и 9 имеют по две катушечные группы из двух секций, т.е. имеют число витков, составляющее  $2/3$  от числа витков обмоток 1-6. Секционные группы имеют симметричное трехфазное расположение в пазах статора, т.е. обмотки 1, 2 и 3 составляют трехфазную обмотку, обмотки 2, 4 и 6, а также 7, 8 и 9 составляют две другие трехфазные обмотки. Ротор традиционный, с короткозамкнутой обмоткой.

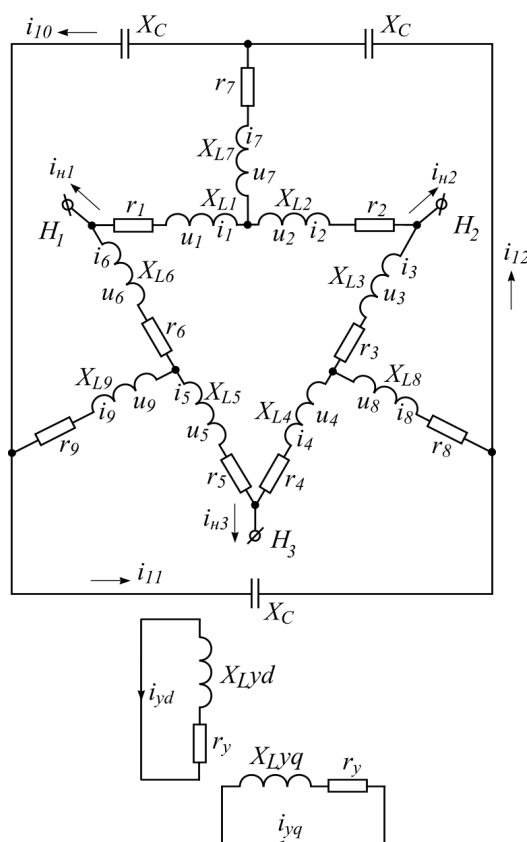


Рисунок 1 – Схема соединения обмоток генератора.

Приведенная схема позволяет использовать конденсаторы возбуждения при более высоком напряжении, чем на нагрузке, и уменьшить их габариты и вес. Такие генераторы могут найти применение в качестве источников питания в некоторых электроустановках АПК и других областях.

Теоретические основы для математического описания электрических машин с несколькими трехфазными обмотками, смещенными в пространстве машины, в подробном изложении приведены в [2]. При описании машины сделаны допущения об идентичности конструкции секций статорных обмоток, из чего следует равенство их активных сопротивлений и собственных индуктивностей. Рассматривается только первая (основная) гармоника ЭДС, токов и распределения МДС вдоль воздушного зазора. Воздушный зазор генератора принимается равномерным и гладким.

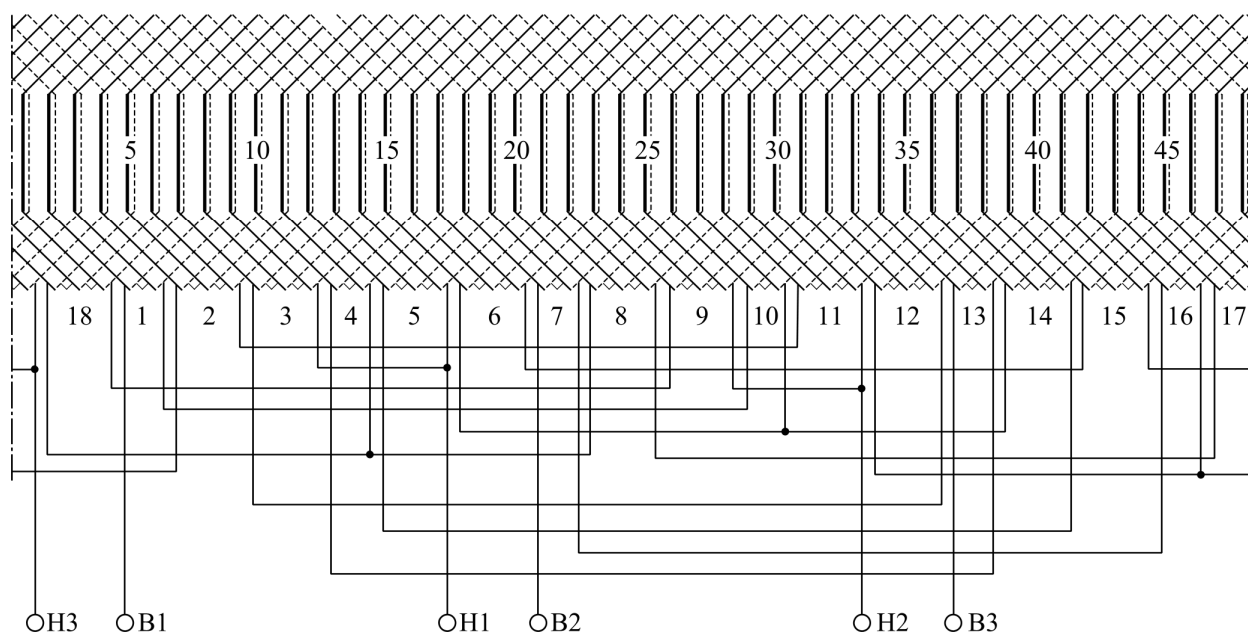


Рисунок 2 – Схема расположения секций обмотки статора

Уравнения напряжений  $u_i$  статорных обмоток 1-9 целесообразно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= r_1 i_1 + \frac{dy_1}{dt}; \\
 u_2 &= r_2 i_2 + \frac{dy_2}{dt}; \\
 &\dots\dots\dots \\
 u_i &= r_i i_i + \frac{dy_i}{dt}; \\
 u_9 &= r_9 i_9 + \frac{dy_9}{dt},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $r_i$  – активное сопротивление  $j$ -той обмотки;  $i_j$  – ток соответствующей обмотки (мгновенное значение);  $\psi_j$  – потокосцепление  $j$ -ой обмотки;  $d/dt$  – знак производной (дифференциал).

При этом, вследствие вышеприведенных особенностей обмоток,  $r_1 = r_2 = \dots = r_6$ ,  $r_7 = r_8 = r_9 = 2/3r_1$ .

Отметим, что вторые слагаемые правой части уравнений (1) являются ЭДС этих обмоток и в нормальных режимах работы генератора количественно преобладают над первыми слагаемыми.

В матричной форме эти уравнения записываются в виде обобщенного уравнения

$$[u] = r[i] + p[y], \tag{2}$$

где  $[k(k = u, i, \psi)] = colon k_j(j = 1, \dots, 9)$ ;  $p = d/dt$  – знак дифференциала.

Для двухфазной ортогональной обмотки уравнения напряжений ротора имеют вид:

$$\begin{aligned}
 0 &= r_y i_{yd} + p\psi_{yd}; \\
 0 &= r_y i_{yq} + p\psi_{yq},
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где  $r_y$  – активное сопротивление обмотки ротора по осям  $d$  и  $q$ ;  $\psi_{yd}$ ,  $\psi_{yq}$  – потокосцепления этих обмоток.

Равенство нулю напряжений этих обмоток является следствием их короткозамкнутой конструкции.

Взаимоиндуктивная связь двух обмоток определяется их расположением в машине, т.е. зависит от угла их пространственного взаимного смещения [1,2]. Взаимоиндукция с роторной обмоткой является периодической функцией углового расположения ротора, поскольку при работе генератора ротор вращается с заданной частотой. Обмотка ротора в виде беличьей клетки при математическом описании традиционно замещается трехфазной [1] или двухфазной [2,3] обмоткой с ортогональным расположением по осям  $d$  и  $q$  фазных обмоток. В работе принят второй вариант, позволяющий уменьшить число переменных и несколько упростить уравнения генератора.

Потокосцепления обмоток АГ определяются ЭДС самоиндукции и взаимной индукции с другими обмотками. Для отдельных обмоток они имеют вид:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_1 i_1 + M_{12} i_2 + M_{13} i_3 + \dots + M_{19} i_9 + M_{1yd} i_{yd} + M_{1yq} i_{yq}; \\ \Psi_2 &= M_{21} i_1 + L_2 i_2 + M_{23} i_3 + \dots + M_{29} i_9 + M_{2yd} i_{yd} + M_{2yq} i_{yq}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Psi_9 &= M_{91} i_1 + M_{92} i_2 + M_{93} i_3 + \dots + L_9 i_9 + M_{9yd} i_{yd} + M_{9yq} i_{yq}; \\ \Psi_{yd} &= M_{yd1} i_1 + M_{yd2} i_2 + M_{yd3} i_3 + \dots + M_{yd9} i_9 + L_{yd} i_{yd}; \\ \Psi_{yq} &= M_{yq1} i_1 + M_{yq2} i_2 + M_{yq3} i_3 + \dots + M_{yq9} i_9 + L_{yq} i_{yq}. \end{aligned}$$

где  $L_i$  – собственные индуктивности обмоток;  $M_{ij}$  – взаимные индуктивности обмоток  $i$  и  $j$ .

В матричной форме уравнения (4) принимают вид:

$$[y] = [M] \times [i], \quad (5)$$

где  $h(h=\psi, i) = colon (h_{01}, h_{02}, \dots, h_{09}, h_{yd}, h_{yq})$ ;

$[M]$  - матрица взаимных индуктивностей, имеющая следующий вид:

$$[M] = \begin{bmatrix} L & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} & M_{18} & M_{19} & M_{1yd} & M_{1yq} \\ M_{21} & L & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} & M_{28} & M_{29} & M_{2yd} & M_{2yq} \\ M_{31} & M_{32} & L & M_{34} & M_{35} & M_{36} & M_{37} & M_{38} & M_{39} & M_{3yd} & M_{3yq} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & L & M_{45} & M_{46} & M_{47} & M_{48} & M_{49} & M_{4yd} & M_{4yq} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & L & M_{56} & M_{57} & M_{58} & M_{59} & M_{5yd} & M_{5yq} \\ M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & L & M_{67} & M_{68} & M_{69} & M_{6yd} & M_{6yq} \\ M_{71} & M_{72} & M_{73} & M_{74} & M_{75} & M_{76} & L & M_{78} & M_{79} & M_{7yd} & M_{7yq} \\ M_{81} & M_{82} & M_{83} & M_{84} & M_{85} & M_{86} & M_{87} & L & M_{89} & M_{8yd} & M_{8yq} \\ M_{91} & M_{92} & M_{93} & M_{94} & M_{95} & M_{96} & M_{97} & M_{98} & L & M_{9yd} & M_{9yq} \\ M_{yd1} & M_{yd2} & M_{yd3} & M_{yd4} & M_{yd5} & M_{yd6} & M_{yd7} & M_{yd8} & M_{yd9} & L & 0 \\ M_{yq1} & M_{yq2} & M_{yq3} & M_{yq4} & M_{yq5} & M_{yq6} & M_{yq7} & M_{yq8} & M_{yq9} & 0 & L \end{bmatrix} \quad (6)$$

При принятых допущениях собственные индуктивности обмоток 1-6 (рис. 1) являются равными величинами ( $L_1 = L_2 = \dots = L_6 = L$ ). Поскольку собственные индуктивности обмоток пропорциональны квадрату числа витков, собственные индуктивности обмоток 7-9  $L_7 = L_8 = L_9 = 0,44L$ . Собственная индуктивность  $L$  включает индуктивности от потока рассеяния  $l_\sigma$  и основную индуктивность  $l_m$  от основного магнитного потока (в воздушном зазоре).

Взаимные индуктивности пропорциональны произведениям чисел витков взаимоиндуцирующих обмоток. Взаимные индуктивности с симметричными индексами равны между собой ( $M_{12} = M_{21}$ ,  $M_{13} = M_{31}$  и т.д.), при этом в общем случае  $M_{12} \neq M_{13}$ .

Индуктивности и активные сопротивления являются параметрами генератора или коэффициентами уравнений его математического описания. Их значение определяется экспериментально (измерениями) или расчетом. В определенном смысле исключение составляют взаимные индуктивности обмоток статора и ротора, величина которых определяется мгновенным расположением взаимоиндуцирующих обмоток, изменяющемся по периодическому закону вследствие вращения ротора

$$M_{jyd} = M_{max} \cos \delta, \quad (j = 1, \dots, 9);$$

$$M_{jyq} = M_{max} \sin \delta, (j= 1, \dots, 9), \quad (7)$$

где  $M_{max}$  – взаимная индуктивность обмоток  $j$  и  $yd$  при совпадении их магнитных осей;  $\delta$  – угол, линейно связанный с углом расположения ротора  $\gamma$  по отношению к началу координат.

Для вращающегося генератора угол  $\gamma$  определяется выражением

$$g = \int_0^t w dt + g_0, \quad (8)$$

где  $\gamma_0$  – значение  $\gamma$  при  $t = 0$ ;  $w$  – угловая частота вращения.

Для равномерно вращающегося генератора  $\gamma = wt + \gamma_0$ .

При определении угла  $\delta$  учитывается угол смещения магнитных осей обмоток статора в пространстве машины. Угловое смещение обмоток показывает схема статорной обмотки на рис. 2 и составленная по ней табл.

1.

Таблица 1. Угловое расположение обмоток статора

Номер обмотки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Угловое расположение обмотки, эл. град.	0	90	120	210	240	330	75	195	315

Приняв индуктивность от поля рассеяния равной 10 % от основной индуктивности и выполнив расчеты, получим числовые значения матрицы взаимной индукции:

$$[M] = M \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & -0,5 & -0,87 & -0,5 & 0,87 & 0,17 & -0,64 & 0,47 & m_{1yd} & m_{1yq} \\ 0 & 1,1 & 0,87 & -0,5 & -0,87 & -0,5 & 0,64 & -0,17 & -0,47 & m_{2yd} & m_{2yq} \\ -0,5 & 0,87 & 1,1 & 0 & -0,5 & -0,87 & 0,47 & 0,17 & -0,64 & m_{3yd} & m_{3yq} \\ -0,87 & -0,5 & 0 & 1,1 & 0,87 & -0,5 & -0,47 & 0,64 & -0,17 & m_{4yd} & m_{4yq} \\ -0,5 & -0,87 & -0,5 & 0,87 & 1,1 & 0 & -0,64 & 0,47 & 0,17 & m_{5yd} & m_{5yq} \\ 0,87 & -0,5 & -0,87 & -0,5 & 0 & 1,1 & -0,17 & -0,47 & 0,58 & m_{6yd} & m_{6yq} \\ 0,17 & 0,64 & 0,47 & -0,47 & -0,64 & -0,17 & 0,48 & -0,22 & -0,22 & m_{7yd} & m_{7yq} \\ -0,64 & -0,17 & 0,17 & 0,64 & 0,47 & -0,47 & -0,22 & 0,48 & -0,22 & m_{8yd} & m_{8yq} \\ 0,47 & -0,47 & -0,64 & -0,17 & 0,17 & 0,58 & -0,22 & -0,22 & 0,48 & m_{9yd} & m_{9yq} \\ m_{yd1} & m_{yd2} & m_{yd3} & m_{yd4} & m_{yd5} & m_{yd6} & m_{yd7} & m_{yd8} & m_{yd9} & l & 0 \\ m_{yq1} & m_{yq2} & m_{yq3} & m_{yq4} & m_{yq5} & m_{yq6} & m_{yq7} & m_{yq8} & m_{yq9} & 0 & l \end{bmatrix}, (9)$$

где М – максимальное значение индуктивности по основному потоку обмоток 1-6.

Взаимные индуктивности обмоток статора и ротора, являющиеся периодическими функциями угла их взаимного расположения, имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} m_{1yd} &= m_m \cos\gamma; & m_{2yd} &= m_m \cos(\gamma+90); & m_{3yd} &= m_m \cos(\gamma+120); \\ m_{4yd} &= m_m \cos(\gamma+210); & m_{5yd} &= m_m \cos(\gamma+240); & m_{6yd} &= m_m \cos(\gamma+330); \\ m_{7yd} &= m_m \cos(\gamma+75); & m_{8yd} &= m_m \cos(\gamma+195); & m_{9yd} &= m_m \cos(\gamma+315); \\ m_{1yd} &= m_m \sin\gamma; & m_{2yd} &= m_m \sin(\gamma+90); & m_{3yd} &= m_m \sin(\gamma+120); \\ m_{4yd} &= m_m \sin(\gamma+210); & m_{5yd} &= m_m \sin(\gamma+240); & m_{6yd} &= m_m \sin(\gamma+330); \\ m_{7yd} &= m_m \sin(\gamma+75); & m_{8yd} &= m_m \sin(\gamma+195); & m_{9yd} &= m_m \sin(\gamma+315), \end{aligned} \quad (10)$$

где значения углов приведены в электрических градусах;  $m_m$  – значение взаимной индуктивности при совпадении магнитных осей обмоток (максимальное) по отношению к индукции М, т.е.  $m_m = M_{max}/M$ .

Потокосцепления, токи и напряжения являются изменяемыми (переменными) величинами, определяемыми расчетом при моделировании на основании уравнений равновесия напряжений, уравнений токов и уравнения электромагнитного момента. Уравнения равновесия напряжения электрических контуров статорной обмотки составляются для независимых контуров цепей возбуждения и нагрузки.



Для цепи возбуждения:

$$\begin{aligned} C \frac{du_{c1}}{dt} &= u_7 - u_9 + u_1 + u_6; \\ C \frac{du_{c2}}{dt} &= u_8 - u_7 + u_2 + u_3; \\ C \frac{du_{c3}}{dt} &= u_9 - u_8 + u_4 + u_5; \end{aligned} \quad (11)$$

для цепи нагрузки:

$$\begin{aligned} u_{n1n2} &= u_1 + u_2; \\ u_{n2n3} &= u_3 + u_4; \\ u_{n3n1} &= u_5 + u_6. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнения внешней цепи нагрузки определяются её схемой замещения. Для случая присоединения к генератору симметричной активной нагрузки (нагревательные приборы, осветительные с лампами накаливания и др.), замещаемой резистивными элементами, соединёнными треугольником, эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} u_{n1n2} &= R_n i_{n1}; \\ u_{n2n3} &= R_n i_{n2}; \\ u_{n3n1} &= R_n i_{n3}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $R_n$  – сопротивление фазы нагрузки;  $i_{nj}$  – ток в фазе треугольника нагрузки.

Токи в ветвях генератора и нагрузки имеют следующие соотношения:

$$i_{n1} = i_6 - i_1; \quad i_{n12} = i_2 - i_3; \quad i_{n3} = i_4 - i_5; \quad i_{n1} + i_{n2} + i_{n3} = 0 \quad (14)$$

Электромагнитный момент генератора  $M_g$  определяется всеми возможными комбинациями произведений токов обмоток статора и ротора [3]. Поскольку токи обмоток 7-9 чисто реактивные, они не участвуют в

создании электромагнитного момента. В его создании участвуют токи обмоток статора 1-6. Уравнение электромагнитного момента может быть представлено в виде:

$$M_{\vartheta} = M \sum_{n=1}^6 i_n (i_{yd} - i_{yq}). \quad (15)$$

Уравнение движения рассматриваемой системы имеет традиционный для вращающихся машин вид:

$$M_{\text{дв}} - M_{\vartheta} = J \frac{dw}{dt}, \quad (16)$$

где  $M_{\text{дв}}$  – момент первичного двигателя.

Объединенные в систему, уравнения (1),(4),(9),(14),(15) представляют математическое описание рассматриваемого АГ.

## Литература

1. Богатырев Н.И., Ванурин В.Н., Джанибеков К.А.-А. Электрические машины переменного тока. - Краснодар, изд. КубГАУ, 2011.
2. Стрижков И.Г. Электрооборудование технологических комплексов орошаемого земледелия. Дисс. ... д-ра техн. наук. – Краснодар, 2001.
3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. –М.: Высш. шк., 2001.