

УДК 338.124.4:336.74:334.7

UDC 338.124.4:336.74:334.7

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО
КРИЗИСА НА ПРЕДПРИЯТИИ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАНОНИЧЕСКИХ
КАТАСТРОФ СКЛАДКИ И СБОРКИ**

**MATHEMATIC MODELING OF THE
FINANCIAL AND ECONOMIC CRISIS AT
THE ENTERPRISE WITH USE OF
CANONICAL CATASTROPHE OF THE FOLD
AND ASSEMBLAGE**

Коваленко Анна Владимировна
к.э.н., доцент

Kovalenko Anna Vladimirovna
Cand.Econ.Sci., assistant professor

Уртенев Махамет Хусеевич
д. ф.–м. н., профессор

Urtenov Mahamet Khuseevich
Dr.Sci.(Phys.-Math.), professor

Трахова Саида Шихамизовна
магистрант
*Кубанский государственный университет, Красно-
дар, Россия*

Trakhova Saida Shihamizovna
undergraduate
Kuban State University, Krasnodar, Russia

В статье предлагается авторский подход для исследования финансово-экономического кризиса предприятий с использованием канонических катастроф складки и сборки, математические модели развития кризиса на предприятии на разных уровнях детализации: 1) при оценке ликвидности и платежеспособности, финансовой устойчивости, деловой активности, рентабельности; 2) при оценке общего финансово-экономического состояния предприятия; 3) для построения потенциала развития предприятия

In this article, the author's approach for research of financial and economic crisis of the enterprises with use of canonical catastrophe of a fold and assemblage is offered. Mathematical models of development of crisis at the enterprise at different levels of detailed elaboration: 1) at an estimation of liquidity and solvency, financial stability, business activity, profitability; 2) at an estimation of the general financial and economic condition of the enterprise; 3) for construction of potential of development of enterprise are offered

Ключевые слова: ТЕОРИЯ КАТАСТРОФ,
КАНОНИЧЕСКИЕ КАТАСТРОФЫ СКЛАДКИ И
СБОРКИ, УСТОЙЧИВОСТЬ, ФИНАНСОВО-
ЭКОНОМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ
ПРЕДПРИЯТИЙ, ПОТЕНЦИАЛ РАЗВИТИЯ
ПРЕДПРИЯТИЯ

Keywords: CATASTROPHE THEORY,
CANONICAL CATASTROPHE OF THE FOLD
AND ASSEMBLAGE, STABILITY, FINANCIAL
AND ECONOMIC CONDITION OF
ENTERPRISES, POTENTIAL OF
DEVELOPMENT OF ENTERPRISE

На устойчивость показателей предприятия оказывают влияние множество различных факторов: положение на рынке, конкурентное давление, степень зависимости от внешних кредиторов и инвесторов, эффективность хозяйственных и финансовых операций и т. п.

Любая экономическая система (в том числе и предприятие) не может находиться долгое время в равновесии. Она подвержена влиянию различных факторов, поэтому могут возникнуть неравновесные состояния (колебания), т.е. система может стать неустойчивой.

Предприятие представляет собой сложную систему, внезапные изменения которой плохо поддаются анализу и предсказанию

классическими математическими методами. Внезапные изменения, которым подвержена система во времени изучает теория катастроф. Она фиксирует определенные закономерности, связанные с резким и внезапным переходом системы от одного состояния к другому, механизмы смены режимов в динамике системы, причины, вызывающие перерыв постепенности изменений отдельных параметров и системы в целом, их скачок на новый уровень, переход в новое качественное состояние.

Целью исследования является разработка математической модели развития финансово-экономического кризиса на предприятии с использованием теории катастроф на разных уровнях детализации.

Из анализа кризисов на предприятиях авторы работы [3] дают следующую классификацию видов кризисов на предприятии:

- продолжительные;
- затянутые;
- неожиданные и резкие;
- интенсивные и быстрые;
- ведущие к непреодолимой катастрофе.

Классические методы анализа позволяют исследовать первые два вида кризисов, а теория катастроф представляет собой инструментальный исследования резких, скачкообразных переходов, внезапных качественных изменений.

1. Исследованию вопросов финансово-экономического состояния предприятия посвящено множество работ, как зарубежных, так и отечественных ученых. Среди зарубежных ученых следует отметить Альтмана, Лиса, Таффлера, Тишоу, Фулмер, Спрингейт, Аргенти и др. Вклад в развитие данных вопросов внесли также и российские ученые – Давыдов-Беликова, Шеремет, Сайфулин и Негашев и др.

В первых работах использовались методы линейной регрессии. Однако со временем стало ясно, что линейная функция имеет ограниче-

ния даже при небольших изменениях параметров. Веса в формуле Альтмана и пороговые интервалы сильно отличаются в зависимости от страны и от года исследования, т.е. модель Альтмана не обладает устойчивостью. Кроме того, уравнения линейной регрессии не позволяют учитывать уникальность и специфичность каждого из исследуемых предприятий, не дают возможности правильно анализировать состояние предприятий в пограничных зонах кризисных/некризисных предприятий.

Иначе устроены «качественные» модели, которые основываются на изучении характеристик присущих предприятиям на пути к банкротству. При этом надо отметить, что при анализе рассматриваются не только финансовые показатели, но и показатели, характеризующие уровень менеджмента на предприятии.

Построение подобных моделей для российской экономики пока проблематично из-за отсутствия учета многих факторов, влияющих на финансовую устойчивость предприятий. Кроме того, так как данные модели строятся на основе дискриминантного метода по статистическим данным предприятий данной страны, то использование моделей ограничено рамками этой страны (или стран, схожих по системе бухгалтерского учета, налогов, расчета коэффициентов).

При всех достоинствах моделей следует отметить, что эти модели построены на основе изучения поведения фирм в условиях западного развития, что не соответствует условиям развития экономики России.

В связи с этим, были построены нелинейные финансово-экономические функции в виде нейронных сетей, нечетких продукционных систем и др. (Коваленко А.В., Недосекин А.О. и др.). Недостатком этих моделей является представление функциональной зависимости в виде «черного ящика», т.е. отсутствие явной формулы. Это не позволяет проводить качественное исследование зависимости финансово-

экономического состояния от отдельных параметров и от совокупности параметров.

В отличие от классических методов анализа, теория катастроф представляет собой универсальный инструментарий исследования резких, скачкообразных переходов, внезапных качественных изменений в состоянии нелинейных динамических систем при изменении их параметров, причем зависимости финансово-экономического состояния от отдельных параметров и от совокупности параметров представляются в явном виде.

Вопросам анализа состояния предприятия с применением теории катастроф посвящены работы Бушуева А.Б., Быстрой Г.П., Нагаевой Е.А., Неделько Н.С., Асаул М.А. В этих работах предлагается получение минимальных издержек и максимума прибыли для предприятия с одним и двумя видами прибыли, где функции издержек и прибыли в виде канонической катастрофы сборки; обработка экспериментальных данных с применением потенциальной функции катастрофы сборки в общем виде; применение канонической катастрофы складки в анализе устойчивости развития предприятия.

Проведенный нами анализ работ российских экономистов показывает практически полное отсутствие на сегодняшний день методик построения потенциала развития предприятия, основанных на теории катастроф.

2. Алгоритм иерархического использования теории катастроф на разных уровнях детализации деятельности предприятия

В отличие от рассмотренных выше работ нами предлагается иерархическое применение канонических катастроф складки и сборки, на трех разных уровнях детализации деятельности предприятия:

1). Анализ изменения обобщенных финансово-экономических показателей, описываемых следующими функциями:

$$LP = V_{LP}(t, L_1, L_3, P_2) - \text{ликвидность и платежеспособность,}$$

$F = V_F(t, F_1, F_2, F_3, F_4)$ – финансовая устойчивость,

$A = V_A(t, A_1, A_4, A_5, A_6)$ – деловая активность,

$R = V_R(t, R_1, R_2, R_3, R_4)$ – рентабельность,

где

L_1 – быстрый коэффициент ликвидности,

P_1 – текущий коэффициент ликвидности,

L_3 – коэффициент абсолютной ликвидности,

F_1 – коэффициент автономии собственных средств,

F_2 – коэффициент финансовой зависимости,

F_3 – обеспеченность запасов собственными оборотными средствами,

F_4 – индекс постоянного актива,

A_2 – оборачиваемость активов,

A_4 – оборачиваемость дебиторской задолженности,

A_5 – оборачиваемость кредиторской задолженности,

A_6 – оборачиваемость запасов,

R_1 – общая рентабельность,

R_2 – рентабельность активов,

R_3 – рентабельность собственного капитала,

R_4 – рентабельность продукции (продаж).

2). Оценка общего финансово-экономического состояния предприятия, заключающегося в интегрированном анализе ликвидности и платежеспособности, финансовой устойчивости, деловой активности, рентабельности.

Методами многомерного статистического анализа и др. в работе [4] было показано, что финансово-экономическое состояние предприятия Q является функцией 15 аргументов ($L-P, F, A, R$):

$Q = V_Q(t, L_1, L_3, P_2, F_1, F_2, F_3, F_4, A_1, A_4, A_5, A_6, R_1, R_2, R_3, R_4)$;

3). Построение потенциала развития предприятия $V(Q,t)$, где t – время.

Схема иерархического метода показана на рис. 1.



Рисунок 1 – Иерархическое использование теории дифференцируемых отображений для оценки финансово-экономического состояния предприятия

3. Применение теории катастроф для построения и анализа потенциала развития предприятия.

Основным методом исследования скачкообразных переходов от плавного изменения параметров предприятия (в том числе и любой системы), является изучение наличия у гладкой вещественной функции, имеющей смысл потенциала развития предприятия, критических точек, в которых производная обращается в нуль [6].

Если потенциальная функция имеет строгий локальный минимум, то экономическая система под действием факторов находится в устойчивом равновесии. При превышении определенных значений этих факторов система будет плавно изменять свое состояние, если критическая точка невырождена. При некотором увеличении значений критическая точка вырождается, вырожденная критическая точка, как структурно-неустойчивая, распадается на невырожденные или исчезает. Система при этом скачкооб-

разно переходит в новое состояние (потеря устойчивости, разрушение, деформации и т.д.) [5, 6].

Параметры потенциальной функции предприятия $V(x;Q,t)$ в свою очередь являются функциями:

$x = j(x_1, x_2, \dots, x_k)$ – обобщенный фактор развития, где x_1 – труд, x_2 – капитал и т.д.;

$Q = f(c_1, c_2, \dots, c_k)$ – финансово-экономическое состояние предприятия, где c_i – различные финансовые показатели;

t – время – линейный параметр.

Для интерпретации на качественном уровне кризиса предприятия используем каноническую катастрофу сборки Уитни [4] (рис. 2):

$$V(x;Q,t) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}Qx^2 + tx \tag{1}$$

где $V(x;Q,t)$ – потенциал развития предприятия,

x – обобщенный фактор развития, включающий труд, капитал и т.д.,

Q – финансово-экономическое состояние предприятия,

t – время.

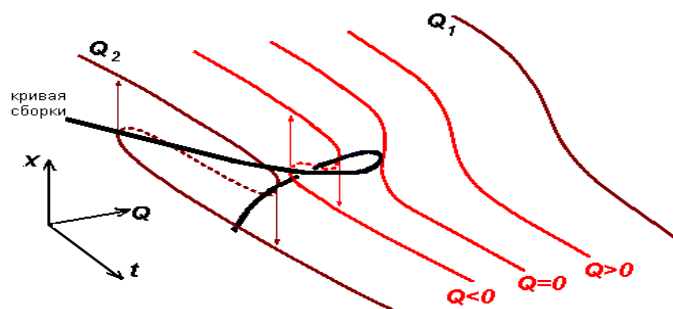


Рисунок 2 – Графическая интерпретация возникновения кризиса с использованием канонической катастрофы Уитни

На графике катастрофы сборки показаны кривые (соответствующие Q_1 , Q_2 и $Q > 0$, $Q = 0$) $Q < 0$ по переменной x , удовлетворяющие

выражению $\frac{dV}{dx} = 0$ для параметров (Q,t) . Кривые показаны для

непрерывно изменяющегося параметра t при различных значениях параметра Q . Вне кривой сборки для каждой точки (Q, t) в фазовом пространстве существует только одно экстремальное значение переменной x . Внутри кривой сборки существует два различных значения x , которые дают локальные минимумы функции $V(x)$ для каждой пары (Q, t) . При этом указанные значения разделены локальным максимумом.

На рис. 2 показаны два варианта возникновения кризиса, которым соответствуют кривые Q_1 и Q_2 . Кривая Q_1 есть общее состояние предприятия, когда кризис развивается постепенно, а кривая Q_2 соответствует ситуации, когда кризис в начале развивается постепенно до переломного момента, а затем в «момент катастрофы» шансы предприятия на выживание резко уменьшаются, при этом осуществляется скачок с верхнего листа графика на нижний.

Однако канонический вид потенциальной функции сборки представляет собой частный случай потенциала развития, в специально подобранной системе координат, поэтому для построения потенциала развития реального предприятия необходимо использовать общую нелинейную функцию.

Для начала в этой статье в качестве функции $V(x; Q, t)$ будем рассматривать общую полиномиальную функцию четвертой степени вида (2):

$$V(x; Q, t) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x \quad (2)$$

где коэффициенты многочлена являются функцией аргументов (Q, t) , т.е. $a_i = a_i(Q, t)$.

Для каждого предприятия должны определяться коэффициенты a_i для определения вида потенциальной функции исследуемого предприятия, которая затем преобразованием приводится к каноническому виду и финансово-экономическое состояние Q – коэффициент при x^2 . Тогда поверх-

ность сборки для каждого предприятия будет отличаться тем, что она будет либо сжата, либо растянута, либо смещена от начала координат.

Для нахождения коэффициентов a_i можно использовать два разных подхода:

1) Необходимо сначала определить из статистических данных практическую зависимость функции $V(x; Q, t)$ от обобщенного фактора развития x , т.е. построить координатную систему, в которой текущие показатели обобщенного фактора развития обозначаются x_1, x_2, \dots, x_n , а соответствующие значения потенциала – $V(x_1), V(x_2), \dots, V(x_n)$, и, аппроксимируя эмпирические данные методом наименьших квадратов, получить коэффициенты a_i , и, соответственно, потенциальную функцию исследуемого предприятия.

2) Найти сначала неявную зависимость используя, например, нейронную сеть, а затем ее аппроксимировать многочленом и исследуя ее критические точки определить тип канонической особенности (катастрофы). Далее при необходимости можно привести ее к каноническому виду выбирая необходимую замену переменных.

4. Рассмотрим теперь применение теории катастроф для анализа резких изменений финансово-экономического состояния предприятия, когда вполне благополучное предприятие оказывается в кризисном положении, банкротом.

С математической точки зрения удобно считать, что $Q \in (-\infty ; \infty)$. В зависимости от значений принимаемых Q в некотором интервале дается экономическая интерпретация финансово-экономического состояния предприятия как процветающее, благополучное, предкризисное, кризисное и т.п.[4].

В данной работе предлагается исходя из общих математических рассуждений, описывать качественно финансово-экономическое состояние

предприятия во времени t при изменениях параметров $L-P, F, A, R$, используя теорию катастроф. Обозначим параметры $L-P, F, A, R$ через c_1, \dots, c_{15} .

Нами для начала проводится исследование зависимости от времени одного и двух показателей, считая остальные значения не критическими, учитывая, что для описания изменения финансово-экономического состояния предприятия во времени оно, естественно, не может быть управляющим параметром.

1). Пусть у предприятия только один кризисный (критический) показатель c_1 . Тогда функцию V рассмотрим в виде катастрофы складки. Причем финансово-экономическое состояние Q зависит от времени (t) и мы получим несколько видов Q :

$$Q = \frac{1}{3}t^3 + c_1t \quad (3)$$

$$Q = \frac{1}{3}x^3 + c_1x \quad (4)$$

где $x = x(t)$.

Для катастрофы складки управляющим параметром является финансовый показатель c_1 . В случае (4) зависимость Q от t неизвестна, причем в качестве переменной состояния x можно рассматривать различные финансово-экономические факторы.

Для функции вида (3) значения финансово-экономического состояния предприятия Q непрерывно изменяются во времени t при различных значениях параметра c_1 .

Таким образом, в случае (3) изолированная точка $c_1 = 0$ является бифуркационным множеством. С $c_1 < 0$ функция (3) имеет две критические точки – одно устойчивое равновесие, область между точками

А и В, и одно неустойчивое равновесие, область между точками В и С (рис. 3).

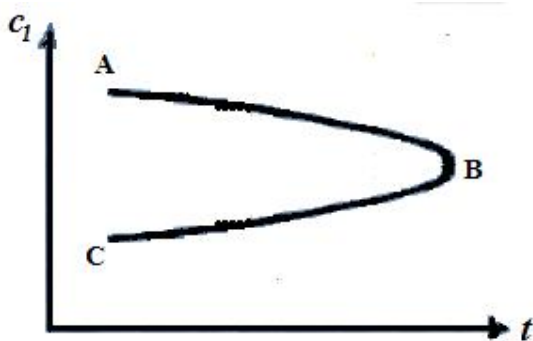


Рисунок 3 – Кривая отклика

Аналогично присходит для функции вида (5).

Итак, при моделировании финансово-экономического состояния предприятия катастрофой складки, в момент наступления кризиса происходит резкое изменение, потеря устойчивости и развитие обрывается. Таким образом, катастрофу складки можно применять для анализа финансово-экономического состояния предприятия, у которого один кризисный показатель приводит к банкротству.

2). Пусть теперь у предприятия два кризисных показателя c_1 и c_2 . Тогда в качестве функции Q нужно рассматривать функцию катастрофы сборки, с учетом того, что время не может быть управляющим параметром. Следовательно, ее может быть одним из следующих:

$$Q = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{2}c_1t^2 + c_2t \tag{5}$$

$$Q = \frac{1}{4}c_1^4 + \frac{1}{2}tc_1^2 + c_2c_1 \tag{6}$$

$$Q = \frac{1}{4}c_1^4 + \frac{1}{2}c_2c_1^2 + tc_1 \tag{7}$$

$$Q = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}c_1x^2 + c_2x \tag{8}$$

где $x = x(t)$.

Известно, что характер потенциальной функции V зависит от параметра при x^2 . В случае (6) таким параметром является время, но такая модель неадекватна.

Рассмотрим подробнее функции вида (7).

Для функции (7) зависимость финансово-экономического состояния Q от времени t линейная. Значение $Q(t)$ будет возрастать при $c_1 > 0$ и убывать при $c_1 < 0$, а при $c_1 = 0$ значение Q будет постоянным.

Поведение функции (7) определяется величиной параметра c_2 . Если $c_2 > 0$, то финансово-экономическое состояние предприятия изменяется монотонно, состояние предприятия устойчивое. Но если параметр c_2 уменьшается, то при $c_2 = 0$ меняется характер изменения состояния предприятия. При $c_2 < 0$ функция финансово-экономического состояния предприятия перестает быть монотонной и имеет максимум и минимум при $c_1 = \pm\sqrt{c_2}$. Состояние предприятия устойчиво до переломного момента, а затем в «момент катастрофы» происходит скачок, устойчивое состояние сменяется неустойчивым.

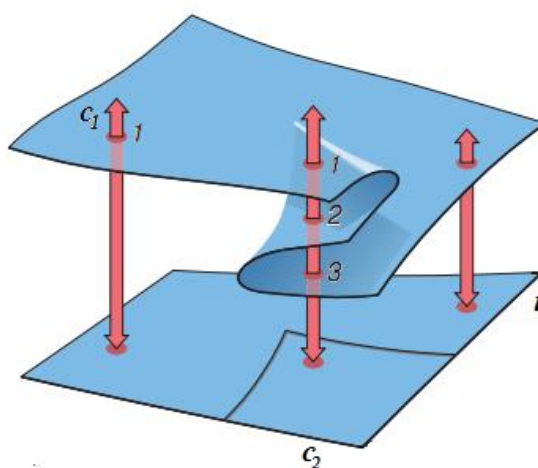


Рисунок 4 –Поверхность отклика. Неоднозначное соответствие между переменными c_1 , c_2 и t

На определенном участке пространства управляющих параметров (c_2, t) , бифуркационном множестве, одному значению финансового показателя c_2 будет соответствовать три разных значения показателя c_1 (рис. 4) Таким образом, при плавном изменении переменной t , т.е с течением времени показатель c_1 будет изменяться скачкообразно. Это и будет катастрофа.

Зависимость показателя c_1 от времени t задается уравнением $c_1^3 + c_2 c_1 + t = 0$. На рис. 5 показана кривая $c_1(t)$ при $c_2 < 0$ и соответствующие разным точкам кривой виды потенциальной функции (7) финансово-экономического состояния Q .

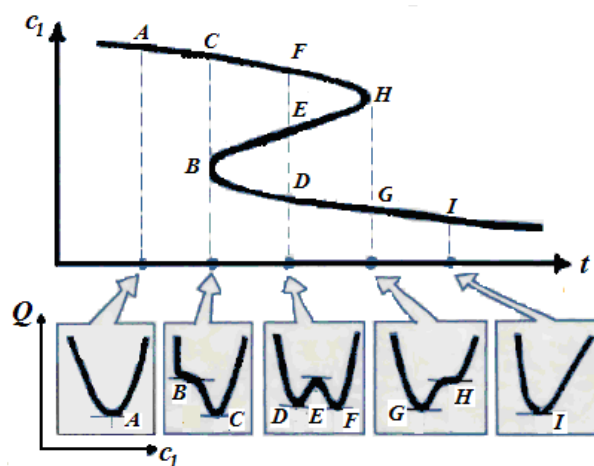


Рисунок 5 – Изменение финансово-экономического остояния предприятия

Каждому возможному значению показателя $c_1(t)$ соответствует некоторое финансово-экономическое состояние $Q(c_1(t), t)$ Характер зависимости $Q(c_1)$ свидетельствует о том, что состояния предприятия, соответствующие точкам D и F устойчивы, а состояние, соответствующее точке E – неустойчиво. Итак, кривую $c_1(t)$ (рис. 5) можно разделить на три области: область между точками A и H – устойчивое состояние, область B-H – неустойчиво и область B-I – устойчивое.

Так в «момент катастрофы» происходит скачок, потеря устойчивости, но развитие предприятия при этом продолжается.

Если финансовый показатель $c_2 > 0$, но выявлена тенденция его уменьшения, то можно считать, что предприятие приближается к катастрофе. В этом случае необходимо продолжить изучение финансово-экономического состояния предприятия, выявить условия, возможные сроки наступления катастрофы и оценить ее вероятные последствия.

Аналогично функции (7) могут быть исследованы и другие функции, само наличие которых позволяет предполагать различные сценарии кризиса финансово-экономического состояния предприятия.

Выводы. В некоторых случаях кризис происходит неожиданно, резко и быстро. В этих случаях применение теории катастроф является логически обоснованным, причем это применение может быть на разных уровнях детализации оценки деятельности предприятия, что позволяет проводить комплексный анализ состояния предприятия:

1). Анализ изменения обобщенных финансово-экономических показателей: ликвидности и платежеспособности, финансовой устойчивости, деловой активности, рентабельности;

2). Оценка общего финансово-экономического состояния предприятия, заключающегося в интегрированном анализе показателей;

3). Построение потенциала развития предприятия.

Практическая значимость такого исследования состоит в возможности своевременного предвидения возникающего несоответствия в структуре предприятия, определение момента попадания в критическую область. Это служит сигналом для разработки и внедрения мероприятий, позволяющих воздействовать на предприятие, не допуская падения потенциала развития.

Литература

1. Арнольд В.И. Особенности дифференцируемых отображений. Классификация критических точек, каустик и волновых фронтов / В.И. Арнольд, А.Н. Варченко, С.М. Гусейн-Заде; под ред. В.И. Арнольда. – 3-е изд., доп. и перераб. М.: Наука, 1990. 304с.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф: 3-е изд., доп. М.: Наука, 1990. 128с.
3. Бандурин В.В., Ларицкий В.Е. Проблемы управления несостоятельными предприятиями в условиях переходной экономики. – М.: Наука и экономика, 1999. 164с.
4. Барановская Т.П. Современные математические методы анализа финансово-экономического состояния предприятия: монография. / Т.П. Барановская, А.В. Коваленко, М.Х. Уртенев, В.Н. Кармазин. – Краснодар: КубГАУ, 2009. 250с.
5. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: в 2 т. – М.: Мир, 1984. Т.1 – 285с. Т.2 – 350с.
6. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и её приложения. М.: Мир, 1980. 607с.