УДК 339.137.2

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БРАУНА ДЛЯ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ РЫНКА ПАРФЮМЕРИИ И КОСМЕТИКИ

Гурнович Т.Г., – д.э.н., профессор
Косенко С.Г., – аспирант
Торопцев Е.Л., – д.э.н., профессор
Ставропольский государственный аграрный университет

В статье раскрыты достоинства метода Брауна для краткосрочного прогнозирования экономических показателей в практике предпринимательской деятельности на примере отечественного рынка парфюмерии и косметики с запредельными значениями постоянной сглаживания.

В методе Брауна все множество возможных для применения способов задания весов наблюдений сводится к обеспечению экспоненциального характера их убывания:

$$a + a(1-a) + a(1-a)^2 + a(1-a)^3 + \dots . \qquad (1)$$

Единственным параметром представленного ряда является a, называемым параметром сглаживания, и при его варьировании модель адаптируется к характеру изменений прогнозируемого процесса.

С помощью ряда (1) рассчитывается среднее взвешенное значение прогнозируемого показателя V на момент времени $t+1$. Обозначим его $\overline{V}_{t+1}$ и выразим через ранее зафиксированные значения этого показателя:

$$\overline{V}_{t+1} = aV_t + a(1-a)V_{t-1} + a(1-a)^2 V_{t-2} + \dots . \qquad (2)$$

В слагаемых, начиная со второго, в выражении (2) можно за скобки вынести множитель $(1-a)$, оставив в скобках предыдущую экспоненциально взвешенную среднюю, и окончательно получить рекуррентную формулу:

$$\overline{V}_{t+1} = aV_t + (1-a)\overline{V}_t . \qquad (3)$$

Формула (3) является рабочей формулой метода Брауна, которая очень удобна для программирования и расчетов.

Для ее эффективного применения исследователю нужны так называемые «длинные ряды» изменения экономических показателей, которые удается иметь далеко не всегда. Например, данные по современному парфюмерно-косметическому рынку России берут начало в 1993 году, следовательно, их ряды с учетом 2006-го года будут содержать только 14 членов [1]. Это означает, что сумма ряда весовых коэффициентов при наблюдениях не будет равна единице, как того требует экспоненциально взвешенная средняя. Она в году t будет иметь остаток r_t:

$$r_t = S - S_t = 1 - S_t, \tag{4}$$

где S – сумма бесконечного ряда, равная единице; S_t – сумма конечного ряда из t членов.

Определив остаточный член ряда для двух и более наблюдений, несложно установить, что для t наблюдений он будет определен как

$$r_t = (1 - a)^t. \tag{5}$$

Нулю остаточный член будет равен если $a = 1$ или $t \to \infty$.

Точное равенство постоянной сглаживания единице – явление не частое, а бесконечно длинных рядов в экономике не существует. Значит, экспоненциально взвешенная средняя не будет таковой на самом деле. Поэтому для работы с ограниченными выборками, как в нашем случае, следует определенным образом откорректировать коэффициенты.

Если сумма ограниченного ряда коэффициентов равна:

$$S_t = 1 - r_t = 1 - (1 - a)^t, \tag{6}$$

то величина S_t и является необходимым поправочным делителем, на который следует разделить весь ряд коэффициентов для того, чтобы его сумма была равна единице. Ясно, что для выборки из t наблюдений будем иметь:

$$\overline{V}_{t+1} = (aV_t + a(1-a)V_{t-1} + a(1-a)^2 V_{t-2} + ... + a(1-a)^{t-1} V_1)/(1-(1-a)^t). \tag{7}$$

Когда $t>10$, то непосредственно использовать формулу (7) становится неудобно. Значительно проще пользоваться рекуррентной формулой (3). Значит, в комплексном алгоритме необходимо предусмотреть вариант такого переключения.

Проблему малой выборки исследователи увидели еще в самом начале практического применения метода Брауна в связи с определением $\overline{V}_0$. Ведь только при наличии $\overline{V}_0$ можно рассчитать прогноз на следующий (первый) шаг наблюдения. Со временем вес начального приближения будет уменьшаться, и после k шагов окажется равным $(1-a)^k$. В случае большой выборки вес начального приближения будет ничтожно мал, тогда о его точности можно особенно не беспокоиться. Когда же число наблюдений невелико, да еще и мала постоянная сглаживания, то обсуждаемый вес может быть большим, оказывающим существенное влияние на результат прогнозирования, снижая его точность.

На наш взгляд, решение проблемы следует искать на путях использования преимуществ модели экспоненциального взвешивания с умножением на поправочный коэффициент на начальных шагах прогнозирования, когда число наблюдений еще невелико, с последующим «включением» метода Брауна, когда влияние ошибки оценивания нулевого члена ряда уже незначительно. Таким образом, на практике необходимо:

– на первых шагах прогнозирования вычислять среднюю взвешенную с применением поправочных коэффициентов;

– уже при прогнозировании на четвертом шаге и далее применять рабочую формулу метода Брауна.

Задав некоторое значение постоянной сглаживания a, после регистрации первых двух наблюдений ряда можно рассчитать прогноз третьего по формуле:

$$\overline{V}_3 = (aV_2 + a(1-a)V_1)/(1-(1-a)^2). \qquad (8)$$

После получения реального значения третьего члена ряда можно уточнить постоянную сглаживания, минимизируя модуль разности

$$|\overline{V}_3 - V_3| \to \min$$

одним из методов одномерного численного поиска – делением отрезка пополам, поразрядным приближением и другими.

Далее для уточненного значения a делается прогноз четвертого значения ряда по формуле:

$$\overline{V}_4 = aV_3 + (1-a)\overline{V}_3. \quad (9)$$

В дальнейшем надо вести расчет по формуле Брауна, после уточнения значения a с учетом накладываемых на нее ограничений путем минимизации дисперсии ошибки прогнозов.

Предложенный алгоритм обладает следующими преимуществами.

1. Средняя взвешенная оценка третьего значения (8) представляет собой результат экспоненциального взвешивания двух первых значений ряда. Экспоненциально взвешенная средняя (9) и последующие прогнозные величины также представляют собой значения средней взвешенной оценки, которые найдены по той же самой процедуре. При этом постоянная сглаживания перед выполнением каждого шага прогнозирования уточняется по критерию минимума дисперсии предыдущих прогнозов. В данном случае ее более уместно называть параметром сглаживания. Таким образам, формула (9) является органическим продолжением стартового расчета (8), только она более удобна для алгоритмизации, так как является рекуррентной формулой. В результате получается преемственный и однородный ряд расчетов.

2. При вычислении ошибки ретропрогноза и определении оптимального параметра сглаживания для следующего шага прогнозирования база используемых наблюдений растет. В реализации этой процедуры не участвуют только два первых наблюдения, все остальные последовательно включаются в процесс оптимизации.

3. Изложенный алгоритм легко формализуется и не содержит даже элемента субъективизма.

Вопросы точности прогнозирования методом Брауна решаются так. Для некоторого значения параметра сглаживания a с первого возможного до последнего значения имеющегося ряда определяются расчетные (прогнозные) значения $\overline{V}_t$ и вычисляются ошибки ретропрогнозов по формуле:

$$e_t = (V_t - \overline{V}_t). \tag{10}$$

Для разных наблюдений ошибка ведет себя по-разному, поэтому она сама мало информативна. На практике используют такие обобщенные ее характеристики, как минимум дисперсии или минимум суммы абсолютных отклонений, которые определяются, соответственно, формулами:

$$K_1 = \min \sum_{i=1}^{N} e_i^2 , \tag{11}$$

$$K_2 = \min \sum_{i=1}^{N} |e_i|. \tag{12}$$

Выполненные нами прогнозные расчеты с использованием длинных рядов статистических данных (за 50 лет), а также с использованием коротких рядов показали, что оба критерия в первом случае дают близкие численные значения постоянной сглаживания. При этом результаты ретропрогноза изменяются в зависимости от выбора критерия на доли процента. Таким образом, с точки зрения экономики проблема выбора между двумя критериями – (11) или (12) – не стоит. Они равноправны. Вместе с тем, часто для решения задач оптимизации используются методы, которые предъявляют те или иные требования к минимизируемой функции. Если метод численного поиска (например, градиентный метод) использует производные целевой функции, то она должна быть непрерывной и дифференцируемой. Этим требованиям удовлетворяет функция (11). При использовании простейших методов оптимизации, не требующих дифференцирования целевой функции, можно выбрать любой из критериев. Результаты будут не тождественны, но настолько близки, что различия между ними являются несущественными.

Проблема выбора критерия обостряется при прогнозировании на основе малых выборок. Здесь минимизация критериев (11) и (12) приводит к разным результатам – по параметру сглаживания в десятки раз. Естественно, это различие ведет и к разным результатам прогнозирования.

Отметим интересный факт, связанный с обсуждаемой темой. При проведении расчетов по малым выборкам существенное различие в значениях постоянной сглаживания, выбираемой на основании критериев (11) и (12), наблюдается только в тех случаях, когда рабочая формула метода Брауна применяется для выборки «в лоб», безо всякого учета ее малости. Если же использовать процедуру приспособления метода к малости выборки (формулы (8) и (9)), то все встает на свои места. Тогда формулы (11) и (12) дают очень близкие результаты при определении параметров сглаживания.

Далее рассмотрим, как метод Брауна работает в запредельном множестве параметра сглаживания ($0< a <2$). Назовем его множеством Светунькова в честь открывшего его существование профессора СПбГУЭФ С.Г. Светунькова [2] (и многие другие работы этого профессора).

Множество Светунькова является областью оптимальных значений постоянной сглаживания модели Брауна в тех случаях, когда прогнозируются нестационарные ряды. Ниже приведены результаты расчёта для различных стандартных составляющих динамических рядов. Из данных таблицы 1 видно, что критерии отбора постоянной сглаживания отличаются незначительно, за исключением логарифмической функции, где разность между полученными значениями постоянной сглаживания составила 14%.

Таблица 1 – Оптимальные значения a для стандартных составляющих динамических рядов

Модель, с помощью которой генерировался динамический ряд	Оптимальное значение a для критерия (11)	Оптимальное значение a для критерия (12)
Линейный рост	1,54726149	1,55401141
Линейное убывание	1,54726149	1,55401145
Экспоненциальный рост	1,85473133	1,79867905
Синусоида (три периода)	1,49669408	1,54269965
Парабола второй степени (вогнутая)	1,47241314	1,47222224
Сумма синусоиды, параболы и экспоненты	0,27746361	0,23485528
Логарифмическая функция	1,27452774	1,45066021

Обращает на себя внимание тот факт, что практически во всех случаях оптимальными значениями постоянных сглаживания являются значения, принадлежащие множеству Светунькова. Исключением является случай генерации сложного динамического ряда с помощью синусоиды, параболы и экспоненты. Графически эта сумма представляет собой невозрастающую и неубывающую совокупность значений, и поэтому оптимальные значения постоянных сглаживания лежат в классических пределах.

Теперь можно сделать необходимые обобщения, касающиеся запредельного множества Светунькова. При поиске оптимального значения постоянной сглаживания прогнозист должен задавать пределы её изменения, лежащие в интервале от нуля до двух. Если в процессе оптимизации постоянная сглаживания лежит в классических пределах – от нуля до единицы, то модель Брауна может использоваться для прогнозирования достаточно эффективно. Если же оптимальное значение постоянной сглаживания оказалось принадлежащим множеству Светунькова, то это диагностирует ситуацию, когда средняя не может использоваться в качестве хорошей оценки значения математического ожидания моделируемого процесса. Этому может быть две причины.

Первая. Процесс вышел за рамки простого случайного распределения. Он имеет некоторую динамику. Его математическое ожидание имеет более сложный характер и может быть описано одной из эконометрических моделей.

Вторая. Процесс является нестационарным, но его математическое ожидание невозможно описать какой-либо моделью и поэтому его лучше всего прогнозировать с помощью моделей Брауна, работающих с параметрами сглаживания из множества Светунькова.

В случае если диагностируется первая причина (с помощью современных методов эконометрики это делается достаточно просто), то модель, которая лучше всех описывает динамику прогнозируемого экономического процесса, берется за основу и с ее помощью применяется соответствующая модификация метода Брауна. Известно [2,3], что современные инструментальное методы, разработанные применительно к методу Брауна и его модификации, ограничены рамками временных рядов.

Применительно к факторным зависимостям здесь возникают такие сложности, которые существенно ограничивают их практическое применение. И здесь вновь выход за пределы общепринятых стандартов позволит легко решить проблему создания таких простых модификаций метода Брауна, которые существенно расширяют возможности его применения в практике экономического прогнозирования [2].

Рассмотрим практическое применение метода Брауна к решению задачи прогнозирования короткого ряда динамики российского парфюмерно-косметического рынка, представленного данными за 1993-2005 годы [1]. С целью получения прогноза объема рынка на 2006-й год методом численного поиска по результатам ретропрогнозов было определено оптимальное значение параметра сглаживания $a_{опт} = 1{,}3$, которое, как видим, расположено в пределах Светунькова. При его расчете использовался критерий минимума суммы абсолютного отклонения (11).

Зависимость величины среднего абсолютного отклонения от параметра сглаживания представляет собой гладкую параболическую кривую и, следовательно, имеет один экстремум, найти который нетрудно. Для каждого шага метода и каждого текущего значения a в ходе оптимизации определялась ошибка ретропрогноза, и не ее основе вычислялась сумма абсолютных отклонений. То значение a, для которого эта сумма оказалась минимальной, принято в качестве наилучшего для данного ряда объемов рынка.

Метод Брауна может стартовать, если известен прогноз первого значения объема рынка. Но ведь до $t = 1$ никаких наблюдений не было, значит и расчетного значения $\overline{V}_1$ не существует. Без него сам процесс расчета невозможен. Значит, прогноз первого значения надо как-то задать. Причем ошибка его определения несущественно влияет на результат, так как с увеличением числа наблюдений вес первых наблюдений становится крайне мал. На практике при определении $\overline{V}_1$ пользуются усреднением нескольких первых значений ряда, как это указано выше. Мы здесь примем $\overline{V}_1$=1, так как $V_1 = 1{,}2$ млрд. $ с последующим ростом, то есть зададим начальное приближение с достаточно большой ошибкой. Результаты расчета представлены в таблице 2. При этом, последний столбец таблицы содержит расчет, выполненный по изложенной в данной работе методике, с использованием формул (8) и (9), а пятый – результат «лобового» применения формулы Брауна. В первом случае (последний столбец таблицы) прогноз третьего значения получился более точным. Также не нужно было принимать «некоторое значение» прогноза первого наблюдения, что повышает объективность расчетов. В данном конкретном случае в целом ни одна из методик не выявила преимущества в отношении другой, хотя в теоретическом отношении вторая, безусловно, имеет большее обоснование. Итоговые прогнозные значения объемов рынка на 2006-й год совпали.

Таблица 2 – Прогнозирование объема парфюмерно-косметического рынка России методом Брауна

t (№)	V_t, млн. $	aV_t	$(1-a)\overline{V}_t$	$\overline{V}_{t+1}$, млн. $	$e = \lvert V_t - \overline{V}_t \rvert$	$\overline{V}_{t+1}$,млн.$ (комбинированная методика)
1993 (1)	1,20	1,560	-0,300	1,260	0,200	-
1994 (2)	1,75	2,275	-0,378	1,897	0,490	1,986
1995 (3)	2,38	3,094	-0,569	2,525	0,483	2,498
1996 (4)	3,80	4,940	-0,758	4,183	1,275	4,191
1997 (5)	4,00	5,200	-1,255	3,945	0,183	3,943
1998 (6)	3,65	4,745	-1,184	3,561	0,295	3,562
1999 (7)	3,40	4,420	-1,068	3,352	0,161	3,351
2000 (8)	3,60	4,680	-1,006	3,675	0,248	3,675
2001 (9)	3,90	5,070	-1,102	3,978	0,226	3,968
2002 (10)	4,30	5,590	-1,190	4,400	0,332	4,399
2003 (11)	5,20	6,670	-1,320	5,440	0,800	5,440
2004 (12)	6,20	8,060	-1,632	6,428	0,760	6,428
2005 (13)	7,00	9,100	-1,928	7,172	0,572	7,172

Значение расчетного показателя объема рынка в нижней строке предпоследнего столбца и есть прогноз на 2006-й год, который, судя по динамике предыдущих прогнозов, занижен.

Следует обратить внимание на еще одно важное обстоятельство. Если бы при прогнозировании в реальном времени параметр сглаживания был изменен в 1999 году до значения $a = 1{,}8$, то это несколько повысило бы точность прогнозирования и привело бы к результатам, представленным в таблице 3.

Таблица 3 – Прогноз при $a = 1{,}8$

Год, t	2001	2002	2003	2004	2005	2006
$\bar{V}_t$	3,798	3,980	4,555	5,716	6,587	7,330

Данные последней таблицы свидетельствует о том, что постоянная сглаживания только условно именуется постоянной.

Литература

1. Российский рынок парфюмерии и косметики. Аналитический отчет /ABARUS Market Research. – Москва, июнь 2006.

2. Светуньков С.Г., Бутуханов А.В., Светуньков И.С. Запредельные случаи метода Брауна в экономическом прогнозировании. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2006. – 71 с.